

가

# 가

켄틸레버공법으로 가설된 삼천포대교 합성형 사장교의 시공을 위하여 준비되었던 시공설계를 중심으로 사장교에서 가설계획에 대하여 기술하였다. 삼천포대교의 가설에 적용된 기술의 개념과 내용을 소개한다. 본 고에서 다른 시공설계란 아직 국내에 명확하게 정의 되어있지 않은 Construction Engineering 개념을 나름대로 정의하여 보았다. 각 시공단계에서의 공정 및 작업하중이 최종 구조물의 형상과 부재력에 영향을 미치는 가설공법에서 현장과 협의하여 시공계획을 잡고 가설을 위해 필요한 제작캠버, 케이블 설치 장력, 단계별 형상 등을 계산하고 시공 중의 작업하중에 의한 구조물의 부재력이 구조물의 내력을 초과하지 않도록 시공계획을 조절하기도 하는 일련의 과정의 개념을 살펴보았다. 주로 시공단계해석을 위해서 현장에서 결정되어야 하는 요소들과 현장에서 정해진 가설공정과 장비를 고려하여 케이블 설치 시 초기 긴장력을 결정하고 보강형거더의 제작캠버를 결정하는 과정들에 대하여 설명하였다.

## 1. 개요

### 1. 1 현수교와 사장교

교량 기술자들은 장경간 교량의 실현을 위하여 높은 주탑과 케이블을 이용하여 교량의 거더를 지지하는 구조를 도입하였다. 그 시초가 현수교(Suspension Bridge)에서 시작되었으며 이후 현수교는 교량에서 장경간화를 실현시킬 수 있는 대표적인 형식으로 자리잡았다. 그러나 현수교 케이블 특성상 발생하는 강성(Stiffness)의 부족을 극복하기 위해 엔지니어들은 수많은 보완책을 강구하게 되었다. 경사행어, 트러스보강형 등 현수교 시스템을 그대로 유지한 보안책이 있었던 반면, 행어(Hanger)를 이용한 현수교 케이블 대신에 케이블을 교량에 직접 연결하는 사장재 케이블(Stay Cable)을 도입한 다른 형태의 교량에 대한 시도가 있었다. 사장재를 이용한 교량의 형식 즉 사장교(Cable Stayed Bridge)는 현수교에서의 강성 부족을 훌륭하게 해결하였으며 자정식의 특성으로 현수교 공사에서 많은 비용이 들어가는 앵커블록의 시공을 피할 수 있게 되었다. 이러한 구조적 장점으로 사장교는 1956년 최초의 근대 사장교 (Stromsund Bridge) 출현 이후 짧은 기간에 현수교와 함께 장대교의 대표적인 형식으로 자리 잡았다.

## 1. 2 멀티케이블 사장교와 켄틸레버가설공법

초기의 사장교는 다수의 케이블을 사용하지 않았다. 그러나 현대의 사장교는 가능한 많은 케이블을 사용하는 멀티케이블형(Multi-Cable Type)의 사장교가 주류를 이루고 있다. 그 만큼 케이블 간격도 좁아졌고 날렵한 형고를 가진 거더를 사용하게 되었다. 이는 또한 케이블 당 작용하중이 크지 않아 앵커부의 설계를 단순하고 용이하도록 하였다. 켄틸레버공법으로 시공 시 별도의 가시설이나 보강을 필요로 하지 않고, 영구구조인 케이블을 가설재로 사용하는 구조상 장점이 있어 멀티케이블 사장교의 가설은 특수한 경우를 제외하곤 켄틸레버 공법으로 시공되고 있다.

## 1. 3 합성형 사장교

사장교에서 합성형의 도입은 초기 사장교에 강형거더와 콘크리트 바닥판을 같이 사용한 경우가 있었으나 합성형이 아니었고 큰 구조적인 장점을 갖지 못하였다. 1986년 아낙시스교의 출현으로 합성형식의 장대교량에의 적용 가능성과 경제성, 시공성 등에서 장점을 가질 수 있는 커다란 개념상의 발전을 가져오게 되었다. 이후 수많은 프로젝트에서 합성형 사장교가 건설되고 있다. 이는 사장교가 자정식 구조 특성상 데크에 큰 압축력이 작용하고 장경간을 실현하기 위해 자중의 부담이 적지 않다는 두 가지 측면을 볼 때 합성형이 두 가지 조건에 적절한 해결책을 제시한다는 점에서 그 이유를 찾아 볼 수 있다. 또한 프리캐스트로 제작 설치되는 바닥판의 가설 공법은 그 시공 측면에서 효율성을 추구하였고 프리캐스트의 사전적치로 콘크리트 크리프 & 건조수축의 영향을 감소시켜 구조 해석상의 불확실성을 크게 줄이게 되었다.

## 1. 4 기술적인 문제점

여러 가지 장점들에도 불구하고 합성형 사장교의 공사 수행 측면에서 많은 기술적인 어려움이 있다. 그중 하나가 콘크리트 특성상 피하기 힘든 바닥판의 균열 문제가 있다. 이는 아낙시스교에서 문제점 발견 이후 구조설계, 배합설계, 가설설계, 시공 중 품질관리 등의 여러 측면에서 해결방안을 마련하여 이를 개선시켜 왔다. 또 한가지 문제는 켄틸레버가설공법 특성상 복잡다단한 시공단계와 시공하중에 의해 구조물의 부재력과 형상이 크게 영향을 받는다는 것이다. 따라서 공사 수행 전 모든 가설장비와 가설방법이 결정되고 이에 따라 시공단계해석(Stage Analysis)에 의해 구조물의 제작캠버 및 시공시 케이블 긴장력 등이 계산되기 때문에 초기단계에 철저하게 계획되고 준비되어야만 한다. 가설 중 케이블 긴장력은 시공과정이 불가피하게 변경되면 이를 수정할 수도 있으나 수많은 시간과 인력이 투입되는 일

이라 시공 중 공정에 지장을 초래할 수도 있다. 또한 제작 캠버는 일단 확정되어 상부 강형이 만들어지면 수정할 수 없는 사항이기 때문에 공사계획의 변경이 발생하지 않도록 철저한 사전 준비가 필요하다.

## 1.5 형상 및 장력의 보정

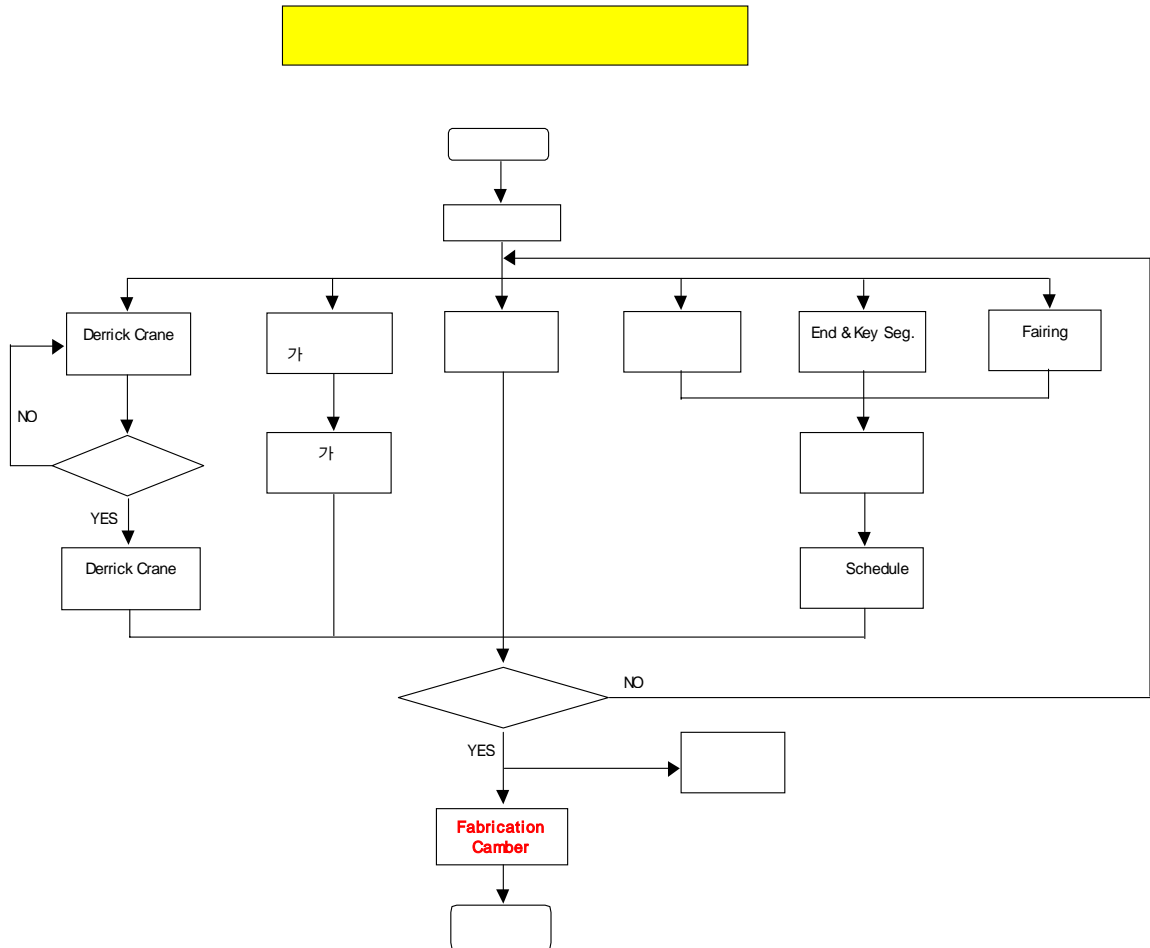
설계라고 하는 것은 수많은 불확실성을 가지고 있는 변수들을 사용하여 하나의 목적물의 결과값을 구한다. 이러한 불확실성에 대비하여 하중계수, 강도감소계수, 안전율등의 여러 가지 보완장치를 사용하여 구조물의 안전성을 확보한다. 수백 단계의 공정을 거치면서 완성되는 사장교에서 관리값들(형상,장력)은 일반적인 설계에 비하여 월등히 많은 변수들이 존재한다. 또한 수백단계의 공정마다 형상과 장력이 수시로 변화한다. 이러저러한 이유로 현장에 시공중 나타나는 실제구조물의 측정값은 이론적 계산값과 차이가 발생할 수밖에 없다. 따라서 현장에서 실 구조물에서 측정한 값을 근거로 보정이 필요하다. 사장교는 유연한 데크와 케이블을 사용하는 구조 특성상 케이블을 이용하여 형상을 보정할 수 있다.

## 2 시공단계해석

현대의 사장교 시공의 특징은 별도의 가설용 동바리를 사용하지 않고 본 구조물인 케이블을 가설재처럼 사용하여 시공하는 것이다. 즉 10m 내외의 케이블 간격을 기본 가설 단위로 하고 케이블을 이용하여 각 단위 세그먼트를 매다는 캔틸레버 시공법을 사용한다. 케이블을 사용한다는 점을 제외하면 콘크리트 박스거더교량의 FCM(Free Cantilever Method)과 유사한 가설 방법이다. 이러한 시공법에서는 시공 중 매 진행 단계마다 구조계, 처짐형상, 케이블 장력, 부재력이 수시로 변한다. 또한 일반적으로 하중이 작용하면 처짐과 부재력이 발생하고 그 하중이 제거되면 처짐과 부재력이 회복되지만 합성형 교량의 경우 단계별로 시공되는 경우는 시공 중 하중이 작용할 때와 제거될 때의 구조계가 변하기 때문에 하중이 제거된다고 변형이 회복되는 것은 아니다. 이때 하중이 제거되고도 그 하중의 영향으로 구조물에 남는 부재응력을 Lock-in Stress라 하며 제작캠버의 형상 및 부재응력에 영향을 미치게 된다. 따라서 완성된 구조물에 대한 설계뿐만 아니라 시공 중 구조계에 대한 설계가 별도로 수행 되어야한다.

캔틸레버공법을 사용하는 사장교는 시공 중 구조계가 가설장비, 시공공정 등에 의하여 좌우된다. 따라서 가설장비의 선정 및 운용계획, 시공공정 계획 등을 확정 한 후에 시공 중 구조계의 단계해석이 수행되어야 한다. 가설장비의 중량에 따라 제작 캠버가 달라짐은 물론 장비의 중량이 과도할 경우 기존의 부재 설계를 변경하거나 시공계획을 완전히 수정해야 하는 경우가 발생할 수 있다. 따라서 시공단계 해석에 앞서 장비의 운용계획이 시공 중 구조물에 과한 부담을 발생 시킬지에 대한

판단을 하고 이를 확인할 필요가 있다. 이러한 여러 가지 사항들의 검토를 위하여 시공단계해석이 필요하며 실제 서해대교, 삼천포대교 Stage Analysis에서는 다음과 같은 작업들을 수행하였다.



## 2.1

- (1) 시공계획을 현장의 여건을 반영하여 협의하고 이를 수정 보완한다.
- (2) 가설장비에 의해 발생하는 시공 중 하중을 분석한다.
- (3) 가설장비를 결정할 때 설계사양 및 시방을 제안한다.
- (4) 가설계획 및 가설장비에 의해 과도한 부재력이 발생하지는 않는지 확인하고, 그럴 경우에는 장비배치 및 시공순서의 변경, 부재단면의 보강(케이블, 바닥판, 플로어빔, 거더 등) 등의 해결방안을 검토한다.
- (5) 케이블의 초기 도입 긴장력을 계산한다.
- (6) 강형의 제작 캠버를 계산한다.
- (7) 시공 중 캠버를 계산한다.

(8) ERECTION MANUAL을 작성한다.

(9) 시공 중 형상관리를 위한 케이블 보정량(장력 또는 길이)을 계산한다.

중요한 문제는 가설공정 및 장비가 제작캠버에 영향을 미친다는 점이다. 그림1에서와 같이 강형의 제작기간과 가설장비의 설계기간을 감안하면 가설에 훨씬 앞서 가설장비, 가설공정 등이 확정되어야 한다는 점이다. 강형의 제작캠버를 수정할 수 없는 시점에 장비와 공정 등의 계획이 수정된다면 상당한 어려움을 겪게 된다.

## 2. 1 시공단계해석의 필요성

구조물설계의 목적은 사용기간 동안에 사용 목적상 기능을 유지하기 위한 것으로 구조물 완성 후에 거동에 대한 해석을 근거로 한다. 여러 가지 가설공법의 개발로 구조물은 시공방법에 따라 다른 응력상태를 갖게되고, 가설 중에 본 구조물을 가설재 대신에 사용하게 됨으로써 가설 중 어떠한 시공단계를 거치는가 하는 것이 구조물의 설계에 중요한 영향을 미치게 된다. 따라서 도입된 개념이 시공단계해석이고 이를 다시 정의하면 “가설 시 본 구조물이 완성 후 구조계와 다르고 가설방법에 따라 완성구조물의 응력 이력이 다를 경우 가설 중 본구조물에 대한 해석”이다. 이러한 경우의 실 예를 살펴보면 다음과 같다.

(1) 시공 중 완성 시와 다른 구조계를 갖는 가설방법 (FCM, 사장교)

(2) 시공 중 지점 등 경계조건의 변화 (ILM)

(3) 시공 중 단면 변화, Stress Lock-in, 시공하중에 따른 형상변화 (합성형, 단면분할타설)

(4) 시공 중 케이블의 장력변화(사장교)

이외에도 크리프, 건조수축, 시간에 따른 강성변화 등, 콘크리트의 시간의존성 거동 등의 이유가 있다

## 2. 2 시공단계해석의 방법

일반적인 구조 해석에선 구조물이 고정된 상태에서 몇 가지의 하중경우(Load Case)에 대해서 해석을 하여 합산하는 형식을 취하고 있다. 시공단계해석을 위해선 공정에 따라 변하는 구조물의 강성을 프로그램 상에서 모사할 수 있어야한다. 구조물 단면의 응력이나 변위는 매 시공단계의 구조물 강성과 하중변화에 의해 발생하는 응력과 변위의 증분량이 누적되어 형성된 결과이다. 따라서 프로그램 기능상 구조물 변화에 따른 강성행렬식(Stiffness Matrix)의 변화를 모사하고 하중증분에 대한 해석상 나온 결과에 대하여 계속하여 중첩해 나갈 수 있는 기능이 가장 기본적으로 필요하다. 이를 수식으로 간단히 표현하면 식(2.1), 식(2.2)와 같다.

$$[K]_i \cdot \{\Delta u\}_i = \{\Delta P\}_i \quad (2.1)$$

$$\{u\}_i = \{u\}_{i-1} + \{\Delta u\}_i \quad (2.2)$$

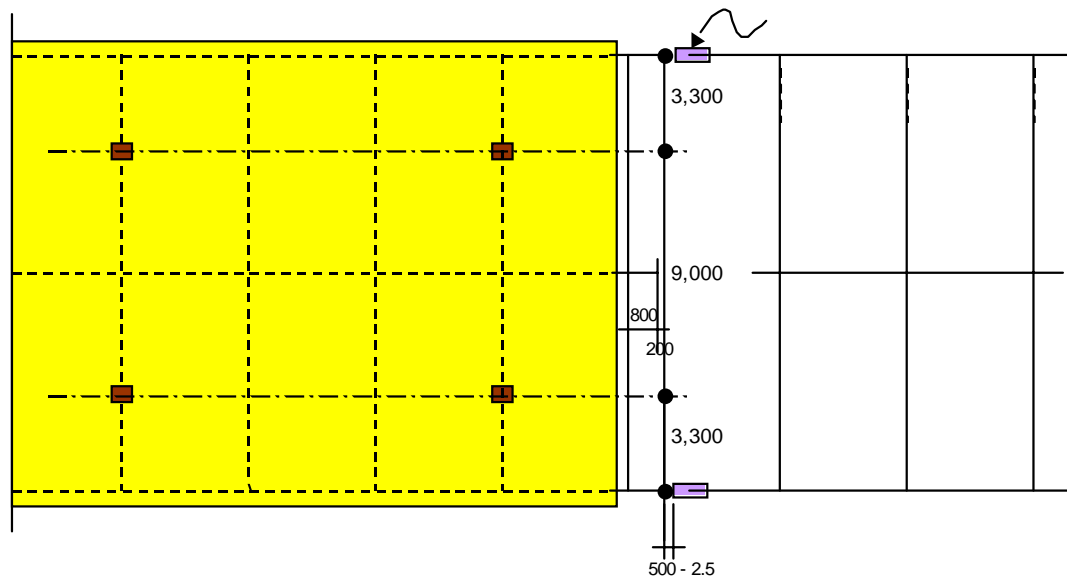
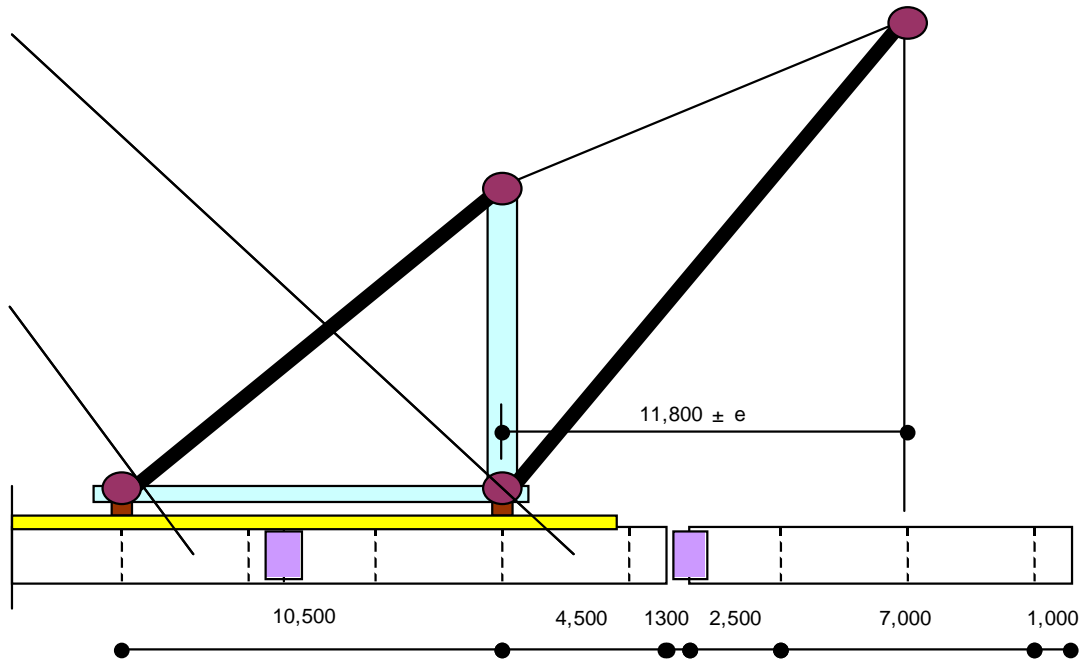
임의의 시공단계  $i$ 에서 하중증분  $\{\Delta P\}_i$ 에 의한 구조물의 변위증분  $\{\Delta u\}_i$ 는 그 시공단계에서 구조물의 기 가설 부재와 경계조건에 맞춰서 새로이 구성된 구조물의 Stiffness Matrix (강성도 행렬식)  $[K]_i$ 를 이용하여 식(1)과 같이 구할 수 있다. 이때 변위  $\{u\}_i$ 는 바로 전단계인  $i-1$ 번째 시공단계의 변위  $\{u\}_{i-1}$ 에 (1)식에서 구한 변위증분  $\{\Delta u\}_i$ 를 합산하여 구한다.

이외에도 프로그램 상에서 케이블의 재긴장, 단면의 합성, 지점의 변화 등 세부적인 사항을 모사할 수 있는 기능이 필요하다. 이러한 세부적인 기능들 역시 식 (2.1)과 식(2.2)의 기본적인 하중증분과 구조계의 변화에 대한 Stiffness Matrix의 변경을 근간으로 하는 기능의 조합으로 모사할 수 있다.

## 2. 3 사장교 시공단계해석 절차

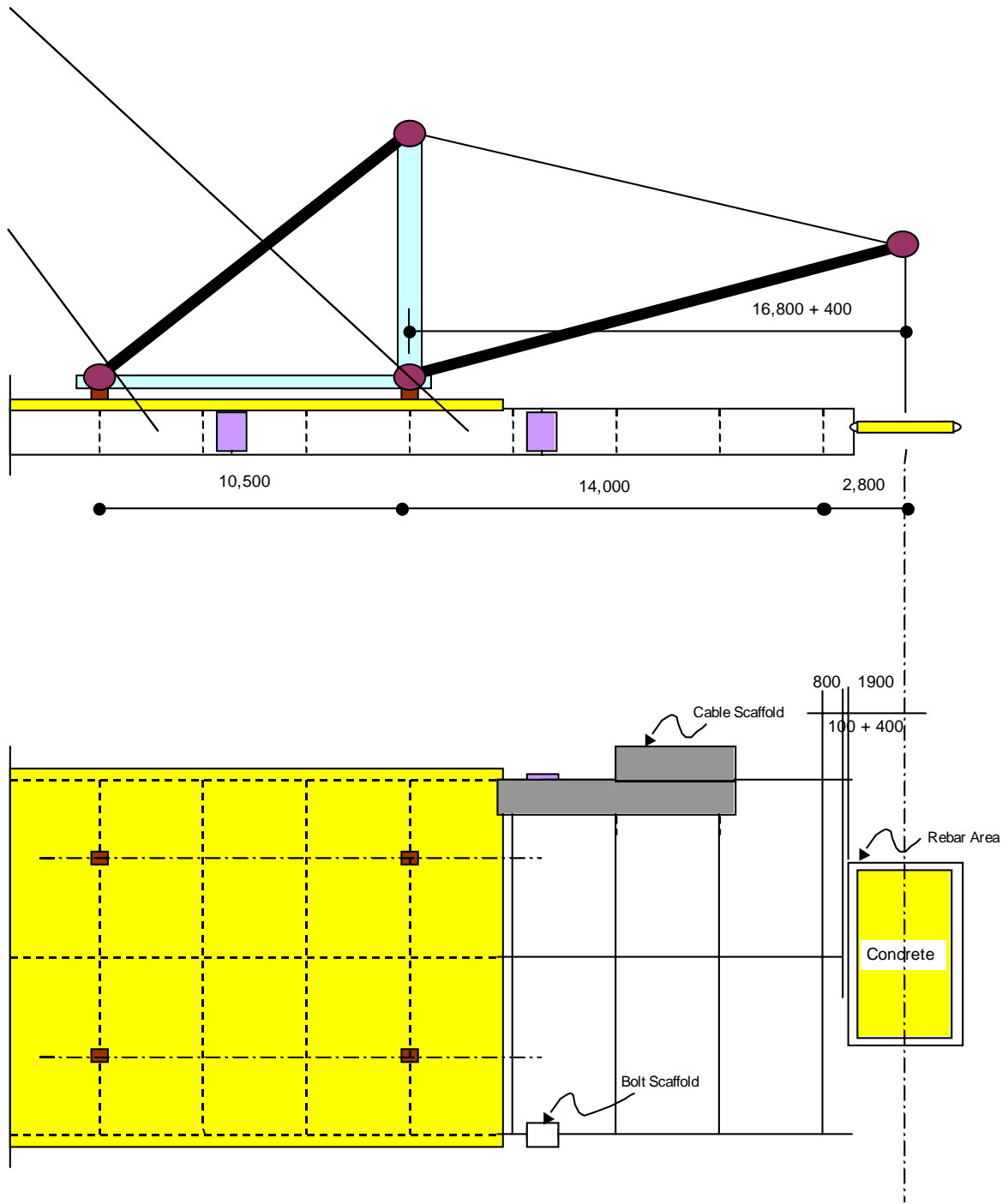
### (1) 공사장비 및 공정의 결정

어떠한 장비를 사용하여 어떠한 방법으로 가설할 것인가 하는 것을 결정하여야 한다. 가장 중요한 것은 가설장비 중 하중의 크기와 반력의 변화가 가장 큰 가설용 크레인의 결정이다. 가설용 크레인은 켄틸레버 단부에서 하부에서 공급된 가설부재를 들어올리는 장치로 가설 중 사장교에 작용하는 하중이 가장 큰 가설용 부재이다. 그림2.2와 그림2.3은 사장교 가설 크레인의 설계 및 반력의 계산을 위하여 강형 및 슬래브 인양의 기본계획을 잡은 내용이다. 이외에도 데크 하부의 작업차, 크레인 레일, 케이블 언틸러, 지게차(또는 카고크레인), Edge Form, 케이블 작업용 발판, 볼트 작업대 등 많은 장비가 가설 중에 구조물의 처짐, 장력 등에 영향을 주게 된다. 가설 중 하중에 의해 발생하는 Stress Lock-in으로 가설 이후 구조물에 형상 응력에 까지 영향을 미치는 경우가 있기 때문에 시공단계해석 이전에 정확한 시공계획에 의한 가설하중의 산정이 필수적이다.



2.2 가





2.3 가

## (2) 케이블 초기 긴장력 결정

케이블 긴장력을 결정하는 가장 중요한 기준은 시공 이후 이러한 시공과정을 거쳐 발생하는 구조물의 부재력이 최적의 상태가 되도록 하는 것이다. 그러나 여기에는 중요한 문제점이 있다. 완성단계에서 구조물이 최적의 상태가 되도록 하는 장력을 구하는 것은 어려운 일이 아니다. 이를 위해 시공 중에 어느 정도의 케이블 장력이 도입되어야 하는지 하는 문제가 있다. 이러한 문제는 완성된 구조물을 역으로 분해해 나가면서 구할 수 있다. 그러나 하중이 정해져야 결정되는 크리프 문제와 Stress Lock-in 문제는 해결할 수가 없다.

## (3) Backward Analysis (역해석)

캔틸레버 공법으로 시공되는 합성형 사장교에서 필요로 하는 최적의 사하중 모멘트 분포를 얻기 위해서는 각각의 케이블에 도입되는 정확한 초기 장력을 계산해야만 한다. 이러한 초기 장력값을 얻기 위한 기본적인 해석 방법이 Backward 해석이다. 완성계통의 사하중 상태의 모멘트와 힘은 정해졌지만, 가설시의 도입장력은 미지수이다. 이들의 변수를 구하기 위해서는 해석을 가설 순서와 역으로 하면 된다. 이 작업이 Backward 해석이다. 즉, 단면력과 형상을 알고 있는 완성계통의 상태에서 계산을 시작하는 것이다. 그래서 개개의 가설계통을 가설 순서대로 해석(Forward 해석)하는 대신에 가설과는 반대의 순서로 완성 계통을 해체해 가는 해석을 하게 된다. 이렇게 하면 케이블의 제거전 과정에서 케이블의 초기 장력이 결정된다. 또한 합성형 교량이나 콘크리트 보강형의 교량에서는 전술한 바와 같이 크리이프나 건조 수축에 따른 힘의 변화도 고려해야 한다. 그러나 케이블 장력에 의한 힘의 분포가 정해지지 않은 상태에서 케이블 장력을 추적하면서 크리이프를 정확히 역으로 추적하는 것은 불가능하다. 따라서 크리이프, 건조 수축 등의 영향은 별도의 절차를 통하여 하여 구한다. 케이블의 긴장작업이 2차에 걸쳐 실시되기 때문에 위의 해석 순서와 완전히 일치하지는 않으나 기본적인 이론은 이와 동일하다고 할 수 있다.

## (4) Forward Analysis (정해석)

가설 순서대로 해석 input data를 작성하여 시공단계해석을 수행하는 것을 편의상 Backward Analysis와 구분하기 위해 Forward Analysis(정해석)이라 한다. Forward Analysis에서는 도입하는 케이블의 장력 외에 각 가설 단계의 힘과 모멘트를 각각의 계산단계에서 구할 수 있으므로 가설 중 구조 계통 각부의 응력을 체크하여야만 한다. 특히 Derrick Crane과 같은 무거운 중량의 가설 장비는 그 지지점이나 중량에 대하여 특별한 검토를 실시하여 가설 시 구조적 문제가 없도록 하여

야 할 것이다.

이러한 Forward 해석에서 아무런 문제가 발견되지 않으면 최종 상태의 시공 순서로 확정하게 된다. 물론 Forwarding 해석에서 응력이 허용응력을 넘는다든지 하는 문제점들이 발견되면 가설 순서나 가설 장비, 구조설계를 변경해야 한다. 이때 구조설계를 변경하는 것은 마지막에 선택되어질 일이며 그전에 가설 순서나 가설 장비의 중량, 운용 등을 여러모로 검토하여 변경시켜야 할 것이다.

가설 순서의 변경에 대해서는 다음 사항을 고려해야 할 것이다.

- 완성 계통의 사하중 상태의 수정
- 보강형의 이음 위치 재검토
- 많은 단계에 걸친 케이블의 긴장
- Temporary Cable 사용

또한, 구조 설계의 변경에 대해서는 다음 사항을 고려해야 할 것이다.

- 허용 응력을 넘는 구조부의 강도 향상
- 케이블 개수의 증가
- 보강형 단면의 재설계
- 지점(부정점)의 추가
- 구조 재료의 변경

#### (5) 사하중 모멘트 분포와 완성계 장력

시공단계해석에서 최적 사하중 모멘트분포를 무엇으로 할 것인가는 해석하는 개인에 따라 다를 수 있으며 무엇이 100% 정답인지는 확인할 수 없다고 할 수 있다. 삼천포대교 사장교의 시공단계해석에서는 최적 사하중 모멘트 분포를 모멘트 폭을 최소화시키는 것으로 잡았다. 세부적인 방법론은 뒷장에서 자세히 다루도록 한다.

#### (6) 제작캠버 & Erection Manual

일련의 시공단계해석과정을 통해 공정계획, 장비의 운용, 케이블 인장계획, 시공 중 부재력 검토 등 공사에 필요한 계획을 완성한다. 이러한 과정을 통해 해석결과 구조물에 발생하는 처짐이 있다. 이 처짐을 역으로 한 것이 **제작 캠버**이다. 최종적으로 처짐과 캠버가 서로 상쇄되어 없어진다는 것이다.

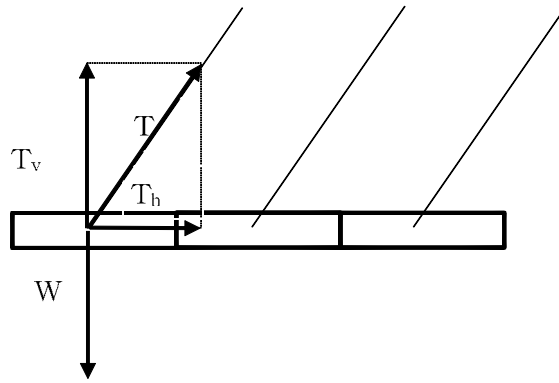
공정이 복잡하고 매단계 마다 현장에서 관리하여야하는 값들이 많은 관계로 시공순서, 케이블 인장 계획, 각 지점의 측량 시 기준값, 장비의 이동계획 등이 정리가 되어 현장시공의 기준이 되어야한다. 이를 현장가설용 매뉴얼 형식으로 정리한 것이 **Erection Manual**이다.

### 3. 완성계 사하중 장력

사장교에서 케이블의 장력은 케이블의 강성(Stiffness)을 결정하는 요소이면서 구조물에 마치 외력처럼 작용하여 구조물의 부재력을 좌우한다. 따라서 사장교의 설계에서 적절한 장력의 도입은 적절한 부재 단면의 산정 못지않게 중요한 요소이다. 케이블 장력 결정의 일반적인 목적은 사하중 상태에서 부재력의 최소화라고 볼 수 있다. 그러나 경우에 따라서는 활하중 재하 시 모멘트 포락선의 분포를 고려하여 사하중상태에서 인위적인 모멘트를 발생시킬 수도 있다. 그러나 강사장교의 경우 이러한 설계자의 선택이 가능하지만 합성형이나 콘크리트 단면을 사용할 경우는 장기거동에 의한 추가의 모멘트 발생을 최소화하기 위하여 사하중 상태에서 모멘트를 최소화하는 것이 합리적이다. 따라서 사장교에서 장력은 부재력을 최소화하는 방향으로 결정되는 것이 일반적이다. 이러한 목적을 이루기 위한 방법으로 여러 가지의 것들이 있으나 기본적으로는 변위를 제어하는 방법과 모멘트 등의 부재력을 직접 제어하는 방법으로 대별될 수 있다. 요즘은 에너지최소화법이 쓰이기도 하지만 이는 변위를 제어하는 방법과 같은 맥락이라 할 수 있다. 다만 변수를 잡기에 따라서는 처짐 변위뿐만 아니라 연직변위와 케이블에서의 변형까지 포함시킬 수 있는 점이 있다. 현수교에서의 초기장력의 결정은 케이블의 형상에 따른 비선형성의 문제를 해결하여 그 형상에 적절한 장력을 정하는 것이지만 사장교에서는 각각 독립적인 여러 케이블의 장력을 정하여 어떠한 장력의 조합에서 부재력이나 변위의 발생을 최소화시킬 수 있을까하는 문제이다. 따라서 사장교에서 초기장력의 문제는 적절한 장력의 조합을 찾아내는 것이다. 물론 이러한 조합을 찾아내기 위한 문제도 구조물에서 발생하는 여러 가지 비선형성을 엄밀히 고려하면 그 절차가 무척 복잡해지기도 한다. 그러나 사장교는 현수교와 달리 비선형성이 크지 않고 일정한 장력이 도입된 이후 추가의 하중에 대한 거동은 Ernst의 등가탄성계수 중 Tangent Modulus를 이용하여 Stepwise Linear로 취급하는 것이 일반적이다.

#### 3.1 반력 환산법

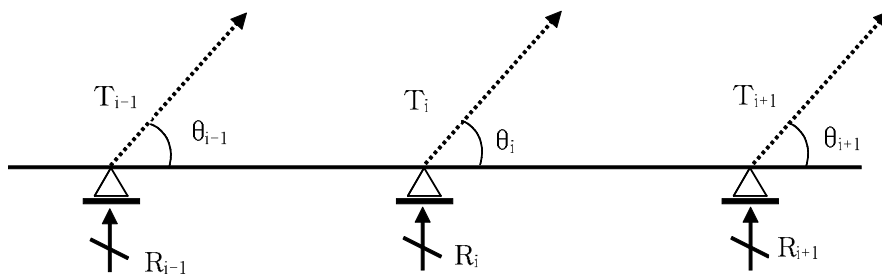
가장 기본이 되는 개념은 그림 3.1에서와 같이 거더의 자중과 케이블 장력의 연직성분이 서로 같은 크기의 값을 가져서 균형을 이루어야하는 것이다. 그러나 문제는 거더의 각 세그먼트가 독립적이지 않고 거더의 강성에 의해 서로 연결되어 있기 때문에 서로 간에 영향을 받는다는 것이다.



3.1

반력환산법은 사장교의 거더를 연속교로, 케이블을 지점으로 생각하여 연속교에서 모멘트의 분포와 같은 모멘트 분포를 갖도록 하는 것이다. 그러기 위해선 케이블 앵커점을 지점으로 한 연속교의 반력을 구하여 케이블의 장력크기를 장력의 수직성분과 반력의 크기가 같은 값을 갖도록 장력의 크기를 정한다.

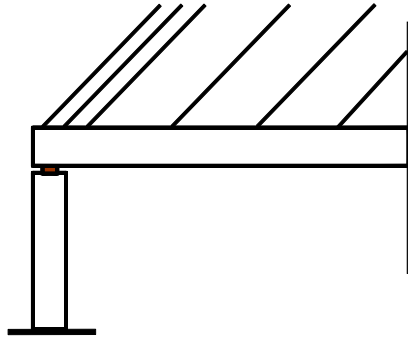
$$T_i = \frac{R_i}{\sin \theta_i} \quad (3.1)$$



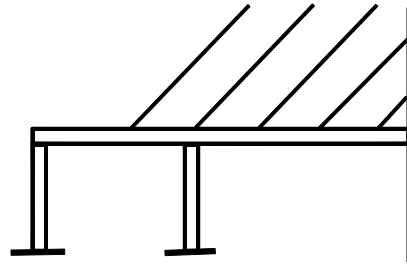
3.2

이 방법은 개념상 실무에서 가장 쉽게 사용할 수 있는 방법이다. 특히 연속교에서와 같이 케이블의 간격이 비교적 큰 차이 없이 일정할 경우 또는 교과서적인 방사형(Fan Type)의 사장교에서 효과적으로 사용할 수 있는 방법이다. 그러나 사장교의 설계가 다양하여 정확하게 그러한 조건을 잘 갖춘 경우가 거의 없는 것이 사실이다. 그림 3.3, 3.4에서와 같이 설계상의 이유로 케이블이나 교각에 의해 지

지된 간격의 변화가 클 경우는 지점으로 치환할 경우 부반력이 발생하여 산술적으로 케이블에 압축을 도입해야하는 상황이 생길 수 있다. 이런 경우는 여러 개의 케이블을 한 묶음으로 본다던지, 모멘트 분포를 보아가며 인근 케이블의 장력의 차이가 크지 않은 범위에서 시행착오를 거쳐 장력의 크기를 정하기도 한다.



3.3



3.4

이런 경우 주탑을 고정하는 앵커 케이블의 정의가 모호하고, 고정점이 주탑과 거더의 한곳에 집중되어 있지 않아 주탑의 변위와 부재력을 제어하기에 별도의 시행착오와 노력이 필요하다.

### 3. 2 처짐 최소화 방법

사장교에서 케이블의 장력에 의한 주탑이나 거더의 부재 축 방향 변형은 휨모멘트에 의한 변형에 비하여 부재력을 좌우하는데 그 영향이 크지 않을 뿐 아니라 기본적으로 사하중장력에 의해 결정되는 인자이기 때문에 변동의 폭이 크지 않다. 따라서 교면의 종단선형의 차이가 크지 않다면 거더의 수직처짐과 주탑의 수평처짐을 원설계의 변형전 값에 최대한 가까운 값을 갖도록 케이블 장력을 조절함으로써 휨변형을 최소화하여 부재력을 최소화 할 수 있다. 간단한 반복 계산을 이용한 방법으로 주탑의 변위를 고정 시킨 채 중앙경간의 수직변위가 0이 되도록 조정하고 다시 주탑의 고정상태를 풀고 다시 주탑의 수평 변위와 측경간 거더의 수직변위를 다시 0으로 만드는 과정을 반복 작업을 통하여 수행한다. 반복 작업을 피하기 위해 케이블 장력의 변화와 변위의 관계를 선형적으로 가정하여 영향매트릭스를 구성할 경우 반복계산의 번거로움을 줄일 수 있다.

### 3. 3 변형에너지의 최소화 방법

케이블 장력의 계산을 수학적으로 정량화하고자 하기 위하여 부재력에 직접적으로 접근하지 않고 구조물에 저장되는 변형에너지의 최소화를 장력의 최적화의 조건으로 정의하여 최적의 장력을 산정하는 방법도 있다.(Furukawa, 1987 ; 최외호 등, 2001) 이때 목적함수를 구조물에 변형에너지로 정의하여 이를 최소화 시키는 장력의 조합을 찾아낸다. 휨에 의해 구조물에 저장되는 변형에너지를 표현하면 다음의 식(3.2)에서와 같다.

$$U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx \quad (3.2)$$

최소화의 조건을 휨에 의한 변형에너지뿐만 아니라, 축방향력에 의한 변형에너지에 까지 확대하여 위의 식(3.2)를 다음의 식(3.3)과 같이 확장하여 재구성할 수 있다.

$$U = \int_0^l \frac{M^2}{2EI} dx + \int_0^l \frac{N^2}{2EA} dx \quad (3.3)$$

### 3. 4 활하중 모멘트의 포락선을 고려한 방법

이제까지는 사하중상태에서 부재력을 최소화시키기 위한 케이블 장력의 계산 방법들에 대하여 알아보았다. 사하중 모멘트 뿐 아니라 활하중에 의한 모멘트 포락선을 합산하여 사하중과 활하중이 동시에 작용할 때 단면에 발생하는 모멘트의 최대 및 최소값이 최소의 단면을 이용하여 지지될 수 있도록 사하중에 의한 모멘트의 값을 조정하는 방법이 있다. Gimsing(1997) 이러한 방법은 사하중 뿐 아니라 활하중까지 감안하여 실질적으로 최소단면 설계가 될 수 있는 최적화를 이룰 수 있는 장점이 있다. 그러나 활하중의 모멘트를 감안해서 사하중상태에서 인위적으로 모멘트를 남겨두는 것은 이상적이기는 하나, 콘크리트교나 강합성 등 콘크리트 소재를 사용한 교량에서는 장기적으로 큰 크리프 변형을 유발시켜 모멘트 재분배를 일으키게 되어 실용적이지는 못하다, 따라서 강합성, 콘크리트 사장교의 경우 장기 변형에 의한 효과를 최소화 시킬 수 있도록 사하중 부재력 또는 모멘트의 최소화를 기준으로 장력을 정한다. 또한 관점에 따라서 강교에서 사용될 수도 있는 방법이나 단면의 최적화를 위해 사하중 상태에서 인위적으로 부재력을 발생시키는 것은 정량적인 이론으로 개선된 방법이나 설계에 적용하기 위한 실효성이 있는지는 확실

치는 않은 듯 하다.

#### 4. 처짐량 조정을 위한 형상관리 기법

본 장에서는 사장교 형상관리기법의 이론적 배경에 대하여 알아보기로 한다. 사장교의 시공을 위해 설계, 제작, 가설 중 여러 가지 이유로 발생한 오차를 케이블을 이용하여 조정하는 장력보정의 기본을 소개한다. 본 연구에서 모멘트 최소화를 위해 사용되는 이론들이 형상관리 기법을 응용한 것이기 때문에 그 기본이 되는 이론의 전개과정을 우선적으로 살펴본다.

##### 4.1 보정의 영향행렬

사장교 시공 중 형상관리를 위해 사용되는 장력보정 방법은 장력과 처짐을 보정하기 위해 케이블 길이를 조정하는 것이다. 이는 여러 개의 케이블에서 장력을 이용하여 보정을 할 경우 조절 순서에 따라 장력이 변하기 때문에 순서에 영향을 없는 길이를 이용하여 보정작업을 한다. 이때 처짐 장력 등 보정해야할 목적치에서 보정치를  $n$ 차의 벡터  $\{R\}$ 이라 하고 케이블 길이 변동량을  $m$ 차의 벡터  $\{S\}$ 라 할 때,  $j$ 번 째 케이블에서 길이 변동량  $s_j$ 가 단위값을 가질때  $i$ 번 째 목적치에서 보정치가 값  $f_{ij}$ 을 갖는다면 변동량  $s_j$ 에 대한 보정치  $r_i$ 값은 식 (4.1)와 같이 표현할 수 있다.

$$r_i = f_{ij} s_j \quad (4.1)$$

보정 전 케이블에 일정한 장력이 도입되어 있고 조정량이 기존 장력에 비하여 크지 않다면 중첩의 원리를 이용할 수 있다. 즉  $m$ 개의 케이블 길이 변화에 의한  $i$ 항의 보정 목적치 보정 후 값  $r_i$ 은 각 케이블로 인한 영향을 중첩시켜 아래의 식과 같이 구할 수 있다.

$$r_i = \sum_{j=1}^m f_{ij} s_j \quad (i=1, \dots, n) \quad (4.2)$$

이를  $f_{ij}$ 를 요소성분으로 하는  $n \times m$  행렬식  $[F]$ 를 이용하여 두 벡터  $\{S\}$ 와  $\{R\}$ 사이의 관계를 식(4.3)와 같이 수식화 할 수 있다.

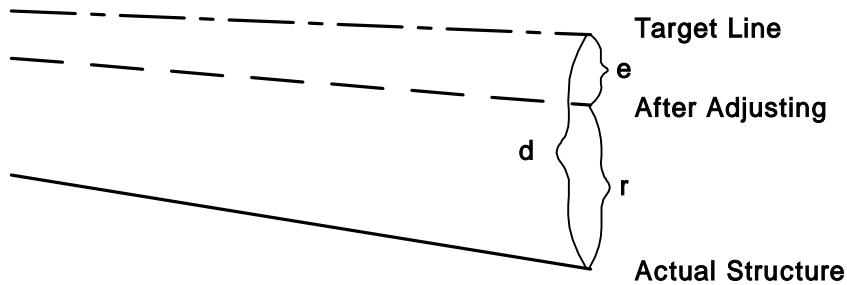


$$\{R\} = [F]\{S\} \quad (4.3)$$

여기서  $\{S\}$ 는 보정에 의한 케이블길이의 변화로 끼움쇠판의 두께가 될 수 있다.  $\{R\}$ 은 케이블 보정에 따른 반력의 변화량으로 시공상 계측하여 오차를 조절해야 할 목적치이다. 케이블장력, 처짐, 교탑의 수평변위, 경우에 따라 구조물의 응력, 지점의 반력을 적용할 수도 있다. (4.3)의 행렬식을 풀어서 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \cdots & f_{1m} \\ f_{21} & f_{22} & & f_{2m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ f_{n1} & f_{n2} & \cdots & f_{nm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_m \end{Bmatrix}$$

여기서  $r_i$ ,  $f_{ij}$ ,  $s_j$ 는 각각 행렬  $\{R\}$ ,  $[F]$ ,  $\{S\}$ 의 구성성분으로  $f_{ij}$ 는  $j$ 번 케이블의 단위 길이 변화에 대한  $i$ 번 측정점에서의 응답의 변화량이다.  $n$ 은 측정 변량의 총 개수,  $m$ 은 장력보정용 끼움쇠판을 사용하여 보정을 가하는 케이블의 개수이다.



4.1

그림 4.1에 나타낸 바와 같이, 실 구조물과 목표치 사이의 편차  $\{D\}$ 를 제거하기 위하여 장력을 보정하여 잔류 오차량  $\{E\}$ 가 남은 경우 그 결과를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\{E\} = \{D\} - \{R\} \quad (4.4)$$

$\{D\}$  : 보정에 의해 수정되어야 할 오차량

$\{E\}$  : 보정오차의 잔류량

여기서  $\{R\}$ 은 장력보정에 의한 변량으로 식(4.3)에 의해 영향행렬과 보정량으로 표현할 수 있다.

$$\{E\} = \{D\} - [F]\{S\} \quad (4.5)$$

이상적으로 조절량을 계산할 수 있다면

$$\{E\} = \{0\}$$

위의 조건으로부터

$$[F]\{S\} = \{D\} \quad (4.6)$$

만약 행렬  $[F]$ 가  $n \times n$  행렬이고 singular하지 않으면 보정량은 영향행렬의 역행렬로부터 구할 수 있다.

$$\{S\} = [F]^{-1}\{D\} \quad (4.7)$$

만약에 조절해야 할 요소의 수와 보정을 가하는 케이블의 개수가 동일한 경우, 한 예로 케이블의 장력만을 조절량으로 취할 경우 영향행렬이  $n \times n$  행렬이 되어 역행렬로부터 해답을 얻을 수 있다.

장력 오차를 줄이기 위해 처짐을 무시하거나, 처짐오차를 수정하기 위해 장력을 무시할 경우 일방적인 초과응력 또는 초과변위가 발생할 수 있으므로 장력과 처짐을 모두 조절 변수로 보고 문제를 해결할 수 있는 방법을 제시한다. 이 경우 영향행렬  $[F]$ 가  $m \times n$  행렬이 되고 역행렬은 존재하지 않는다. 따라서 발생오차를 최소화하고 각 변수마다 오차가 균일하게 분포하도록 하기 위해 최적화 기법을 도입하여야 한다.

## 4.2 보정량 최적화

잔류오차를 최소화하고 각 변수마다 오차가 균일하게 분포하도록 하기 위해 최소자승법(Least Square Method)을 이용한다.  $\{E\}$ ,  $[F]$ ,  $\{D\}$ 의 각 성분을  $e_i$ ,  $f_{ij}$ ,  $d_i$

라 할 때 잔류오차의 제곱의 합을 목적함수로 취하여 이를 풀어 쓰면 식(4.8)과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 \phi &= \sum_{i=1}^n e_i^2 \\
 &= \sum_{i=1}^n (d_i - \sum_{j=1}^m f_{ij} s_j)^2 \\
 &= \sum_{i=1}^n [d_i^2 - 2d_i \sum_{j=1}^m f_{ij} s_j + (\sum_{j=1}^m f_{ij} s_j)^2] \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

목적함수  $\phi$ 를 최소화시키기 위하여 케이블 길이 변화  $s$ 에 대하여 편미분을 취한다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \phi}{\partial s_k} &= 0, \quad k=1, 2, \dots, m \\
 \frac{\partial \phi}{\partial s_k} &= \sum_{i=1}^n (-2d_i f_{ik} + 2f_{ik} \sum_{j=1}^m f_{ij} s_j) \\
 &= 2 \sum_{i=1}^n [f_{ik} (\sum_{j=1}^m f_{ij} s_j - d_i)] \\
 &= 2 \sum_{i=1}^n f_{ik} \sum_{j=1}^m f_{ij} s_j - 2 \sum_{i=1}^n f_{ik} d_i = 0 \\
 \sum_{i=1}^n f_{ik} \sum_{j=1}^m f_{ij} s_j &= \sum_{i=1}^n f_{ik} d_i \quad (4.9)
 \end{aligned}$$

식(4.9)를  $k = 1, 2, 3, \dots, m$ 에 대해 나타내어 이를 행렬식의 형태로 표시할 수 있다.

$$[F]^t [F] \{S\} = [F]^t \{D\} \quad (4.10)$$

식(4.10)로부터 장력보정량  $\{S\}$ 를 식(4.11)와 같이 구할 수 있다.

$$\{S\} = ([F]^t [F])^{-1} [F]^t \{D\} \quad (4.11)$$

### 4.3 가중치 계수

식(4.11)로부터 구한 장력보정량  $\{S\}$ 가 사용 단위에 따라 달라질 수 있기 때문에 가중치 계수  $[W]$ 를 도입한다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} e_1 w_1 \\ e_2 w_2 \\ \vdots \\ e_n w_n \end{Bmatrix} &= \begin{pmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & w_n \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_m \end{Bmatrix} \\ &= [W] \cdot \{E\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$[W] : n \times n$  Diagonal Matrix

식(4.5)에 가중치 계수  $[W]$ 를 도입한다.

$$[W]\{E\} = [W]\{D\} - [W][F]\{S\} \quad (4.13)$$

이때 목적함수는

$$\phi = \sum_{i=1}^n (w_i e_i)^2 \quad (4.14)$$

가중치 계수를 이용하여 (4.13)식을 다시 쓰면

$$\{E_w\} = \{D_w\} - [F_w]\{S\} \quad (4.15)$$

여기서,  $\{E_w\} = [W]\{E\}$ ,  $e_{w,i} = e_i w_i$

$$\{D_w\} = [W]\{D\}, \quad d_{w,i} = d_i w_i$$

$$[F_w] = [W][F], \quad f_{w,ij} = f_{ij} w_i$$

식(4.11)에서와 같은 계산과정을 거쳐 가중치 계수를 포함한 형태의 식을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\{S\} &= ([F_w]^t [F_w])^{-1} [F_w]^t \{D_w\} \\
&= ([F]^t [W]^t [W] [F])^{-1} [F]^t [W]^t [W] \{D\} \\
\{S\} &= ([F]^t [W_e] [F])^{-1} [F]^t [W_e] \{D\} \quad (4.16)
\end{aligned}$$

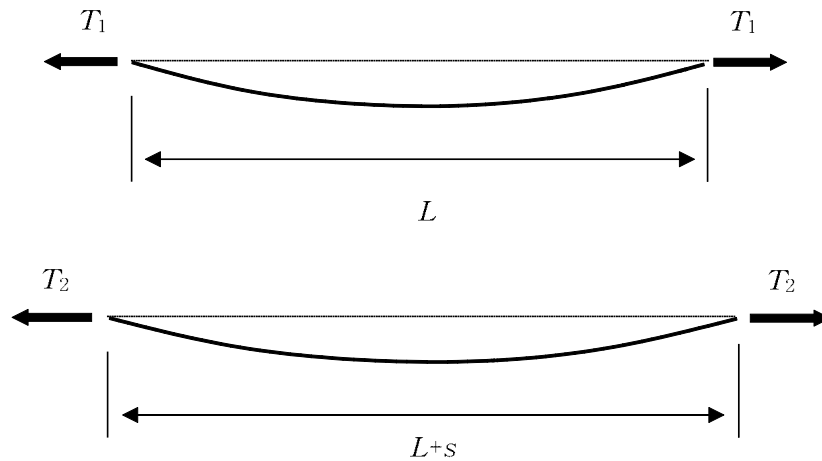
여기서,  $[W]^t = [W]$

$$[W_e] = [W] \cdot [W], \quad w_{e,i} = w_i^2$$

식(4.14)의 목적함수를 구성하는 각 항을 동일하게 단위값으로 설정하여 조정 후, 기대되는 잔류오차 값  $e_i$  와 가중치  $w_i$ 의 관계를 규정할 수 있다.

$$w_i = \frac{1}{e_i} \quad (4.17)$$

#### 4.4 등가 하중



4.2

케이블 길이 보정에 따른 구조계의 변화를 계산하기 위해 등가하중의 개념을 이용하였다. 그림 4.2와 같은 케이블 양단 고정점의 거리 변화와 이에 의한 장력의

변화량은 다음과 같은 등가하중을 사용하여 표현할 수 있다.

$$T_{eq} = T_2 - T_1 \quad (4.18)$$

$$T_{eq} = A_p E_{eq} s / L \quad (4.19)$$

여기서 ,  $E_{eq}$  : 등가탄성계수

$$E_{eq} = \frac{E}{1 + \frac{(\gamma H)^2 E}{12 \sigma^2}}$$

$s$  : 케이블 양단 고정점의 거리변화

$\gamma$  : 케이블의 단위중량

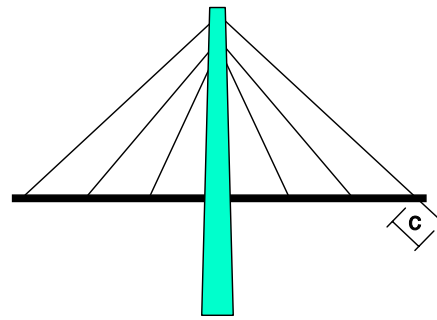
$\sigma$  : 케이블의 작용 인장응력

$E$  : 케이블의 탄성계수

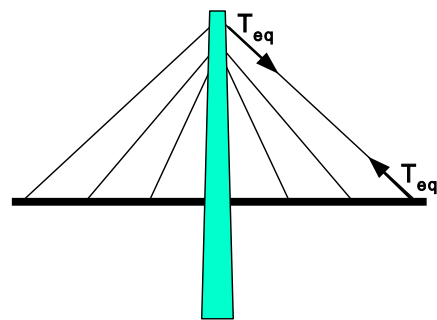
$E_{eq}$  : 케이블의 등가탄성계수

$H$  : 케이블의 수평 투영 길이

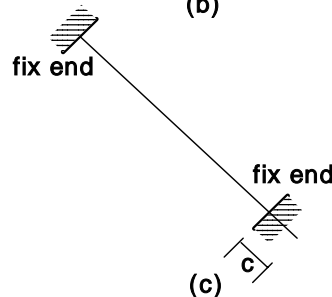
장력보정에 의한 구조계산은  $T_{eq}$  를 케이블 양단에 등가하중으로 작용하도록 구성된 수치해석 프로그램을 사용하여 수행된다. 그림 4.3 에 프로그램 내에서 이루어지는 등가하중의 적용과정을 도시하였다. 원 구조계(a)는 등가하중이 작용하는 구조계(b)와 등가하중 발생 케이블(c)를 더하여 구할 수 있다.



(a)



(b)



(c)

4.3 가 (a)=(b)+(c)

## 5. 모멘트의 최소화

사장교 완성계 사하중 장력의 결정엔 변위의 최소화를 이용할 수 있다. 그러나 완성계에서 부재력 상태에 영향을 미칠 수 있는 시공방법, 크리프 등의 시간의존 거동 등의 효과가 고려되면 더 이상 처짐과 부재력 최소화의 기존의 연관관계를 유지할 수 없다. 따라서 부재력을 직접 최소화 시킬 수 있는 방법이 필요하다. 특히 부재력 중에서 축력에 의한 부재의 응력은 장력의 변화에 의한 영향이 미미하나 모멘트에 의한 부분은 장력분포에 따른 변화에 민감하다. 따라서 사장교에서 부재력의 최소화는 모멘트의 최소화라고 할 수 있다. 본 장에서는 장력의 변화를 이용

하여 모멘트를 최소화 시킬 수 있는 접근 방안에 대하여 알아보도록 한다.

## 5.1 장력을 직접 이용한 처짐, 부재력의 조정

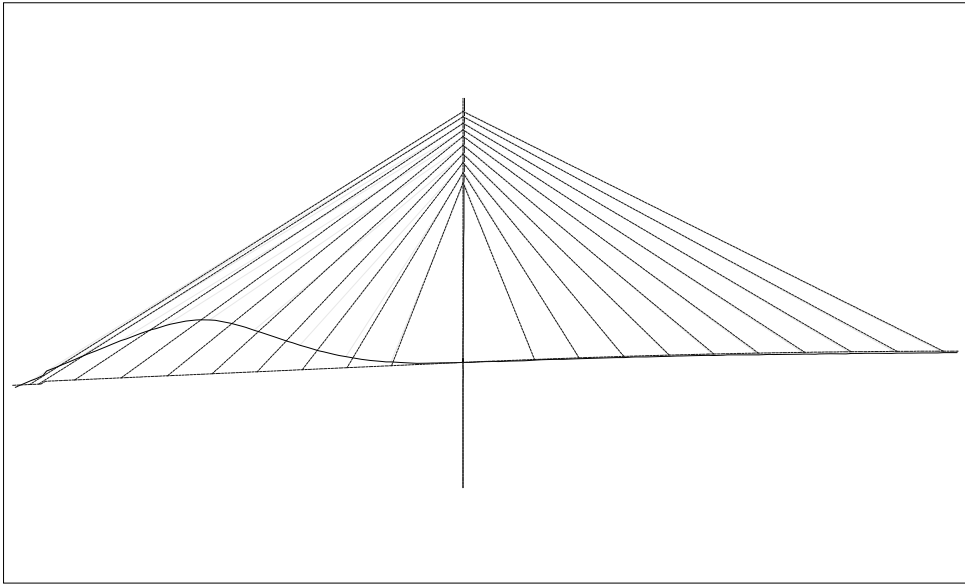
식(4.16)은 처짐 장력 등의 보정 목적치에서 오차값{D}를 조절하기 위해 조정하는 수단 즉 케이블 길이 조정값{S}을 구하는 식이다. 구조물 시공 시 케이블의 장력 조정은 여건상 여러 개의 케이블을 동시에 조정할 수 없기 때문에 시공 순서에 영향을 받는 케이블 장력을 조정하는 수단으로 이용할 수 없어 케이블 길이를 그 수단으로 이용한다. 그러나 설계상의 모멘트 최소화, 처짐의 최소화 등 여러 가지 조건에 부합하는 장력을 구하기 위해서는 한 번에 모든 케이블을 조절할 수 있다. 따라서 케이블 길이를 변화에 따른 증가하중을 도입하는 등의 과정 없이 케이블 장력을 직접 이용할 수 있다. 즉 케이블 길이{S} 대신에 조절 수단을 장력 {T}로 직접 대치할 경우 식(4.3)을 아래의 식(5.1)에서와 같이 전환할 수 있다.

$$\{R\} = [F]\{T\} \quad (5.1)$$

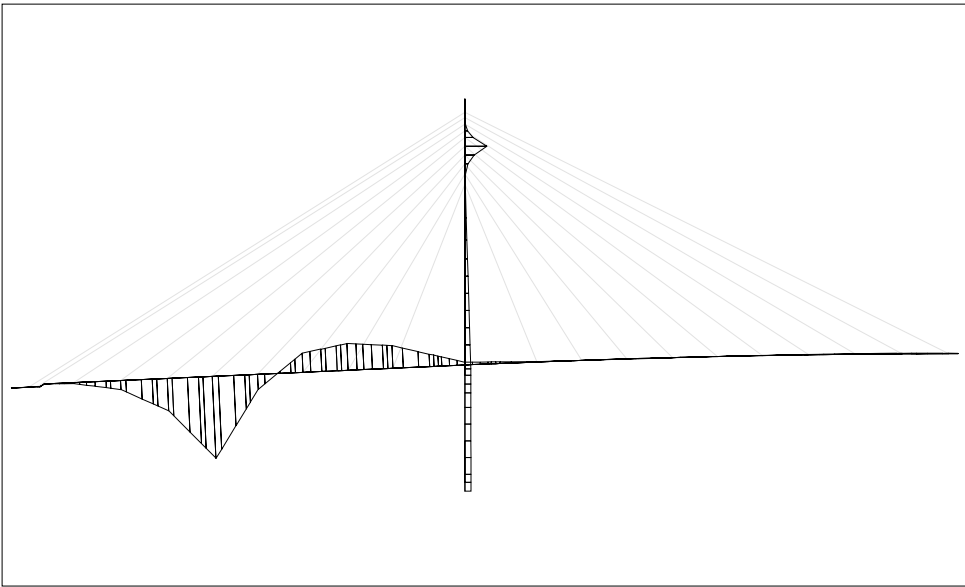
여기서 조절 목적 값 {R}은 처짐, 장력, 모멘트 등으로 각각이나 조합하여 정의할 수 있다. 다음의 그림 5.1, 5.2, 5.3은 사장교의 측경간 한 케이블에 단위의 추가 장력을 도입하였을 경우의 각 처짐과 모멘트 장력에서의 변동량을 표시한 것이다. 그때 마다 케이블 장력 변화에 대한 조절 목적치의 변화량을 이용하여 영향매트릭스 [F]를 구성한다. 식(4.16)에서 보정 수단인 케이블 길이 {S}를 케이블 장력 {T}으로 대치하여 조정목적치에서 편차 {D}를 조정하기 위한 케이블 장력의 조정량 {T}를 구할 수 있다. 조절 목적값 및 영향 매트릭스에서 처짐, 장력, 모멘트 등을 각각 아래 첨자 d, t, m으로 표현하여 처짐과 장력을 조절 목적값으로 하는 경우 장력의 값을 다음의 식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\{T\} = ([F_{d,t,m}]^t [W_e] [F_{d,t,m}])^{-1} [F_{d,t,m}] [W_e] \{D_{d,t,m}\} \quad (5.2)$$

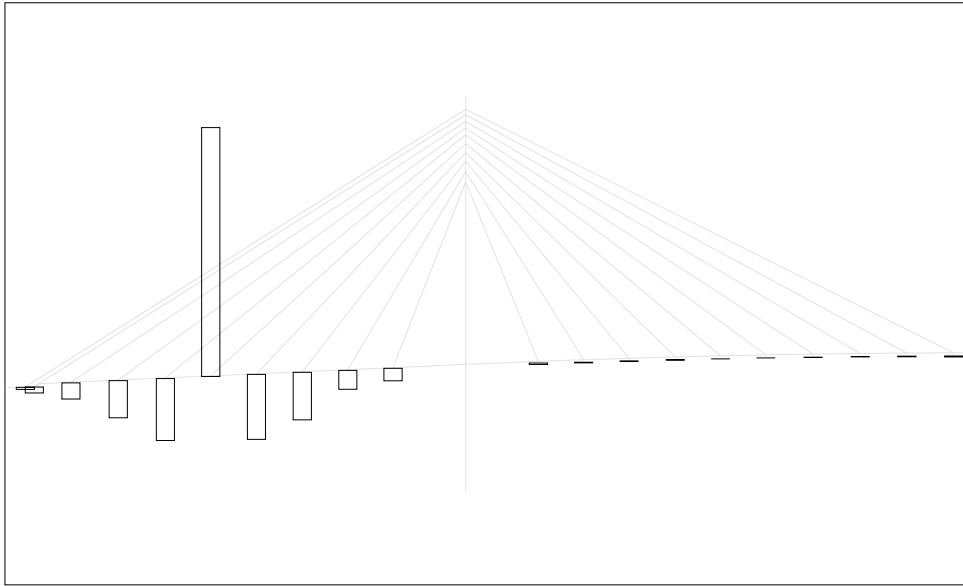




5.1



5.2



5.3

그림5.1은 측경간 중앙부의 케이블 하나의 장력의 변화에 따른 처짐의 영향을 도시하였고, 그림 5.2는 모멘트의 영향을, 그림 5.3은 케이블 장력의 영향을 각각 도시한 것이다. 식(5.2)에서의 영향매트릭스  $[F_{d,t,m}]$ 는 그림 5.1, 5.2, 5.3에서의 처짐, 장력, 모멘트 등의 변화효과를 모든 케이블에 대하여 정량화 하여 정리한 것이다.

## 5.2 모멘트의 조절

변위를 최소화시켜 제어하는 것도 구조계의 부재력을 최소화 시킬 수 있는 한 방법이다. 또한 모멘트를 직접적으로 제어할 수도 있다. 구조물의 종단 선형의 기울기가 커지거나 설계상 필요에 의해 단면이 급하게 변하는 경우 콘크리트의 장기 거동에 의한 추가적인 모멘트의 발생을 줄이기 위해선 직접적으로 부재력의 관점에서 접근할 필요가 있다. 또한 설계목적 상 인위적으로 임의의 모멘트를 도입하여 이용할 필요가 있을 경우 처짐의 최소화로는 원하는 모멘트의 분포를 얻을 수 없다. 이때 장력과 모멘트의 관계를 영향매트릭스를 통하여 정량화시켜 원하는 모멘트의 분포를 이루기 위한 장력을 구할 수 있다. 이때 장력변화에 대한 장력과 모멘트의 변화를 모두 포함시키는 영향매트릭스를 구성할 필요가 있다.

식(5.2)의 영향매트릭스 성분 중에 그림5.2 그림5.3의 모멘트와 장력에 대한 성분을 이용하여 장력의 변화에 대한 장력과 모멘트의 영향매트릭스  $[F_{t,m}]$ 을 구성할

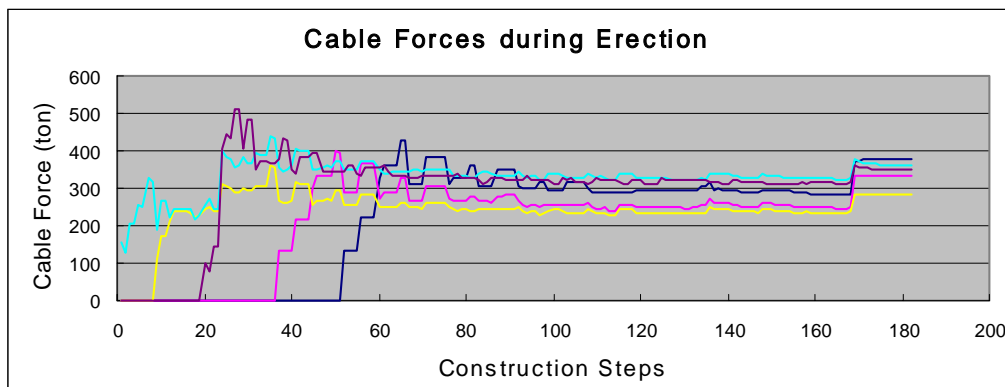
수 있다. 이미 구성된 구조계에서 모멘트와 장력에서 모멘트의 최소값 또는 엔지니어가 원하는 분포값과의 차이값을  $\{D_{t,m}\}$ 을 조정하기위해 필요한 장력의 조정값  $\{T\}$ 를 구하기 위한 식은 식(5.2)에서 처짐에 대한 성분만 제외하고 아래의 식과 같이 구성할 수 있다.

$$\{T\} = ([F_{t,m}]^t [W_e] [F_{t,m}])^{-1} [F_{t,m}] [W_e] \{D_{t,m}\} \quad (5.3)$$

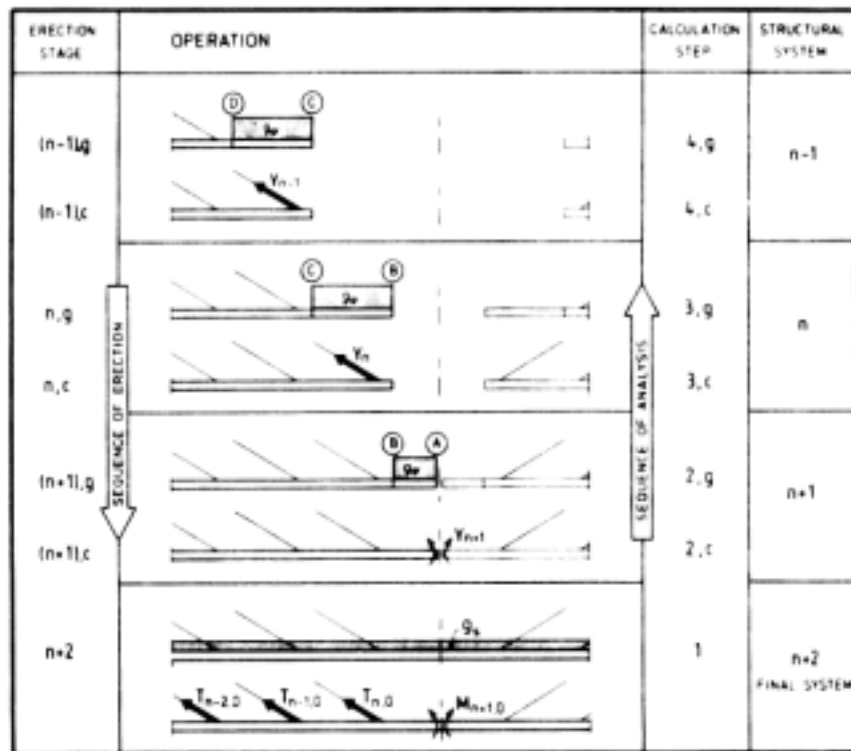
## 6. 케이블 초기 인장력

### 6.1 역해석

켄틸레버공법에 의한 사장교의 시공은 한 세그먼트 씩 주탑의 양쪽으로 세그먼트를 가설한다. 합성형 사장교에서는 각 세그먼트 마다 각 강형 및 슬래브 등의 부재요소의 인양과 설치, 케이블의 설치 긴장, 현장타설 콘크리트의 타설 및 양생, 케이블의 재긴장 가설장비의 이동 설치 등 십여 개의 공정이 반복된다. 일반적으로 반복되는 켄틸레버 공정 이외에도 주두부의 시공, 측경간 및 중앙경간의 폐합 등의 별도의 공정을 필요로 하는 과정이 있다. 통상 켄틸레버 공법으로 시공되는 합성형 사장교는 백여 개에서 수백 개의 중정을 거쳐 완성된다. 그 동안 가설장비의 이동, 부재의 인양, 설치에 따라 구조물의 부재력은 변하게 된다. 그림 6.1은 초기 가설 시 인장력을 도입한 케이블이 시공 중 공정마다 변화를 거쳐 최종 사하중 장력에 도달하게 되는 과정의 한 예를 보여준다.



수백 개의 공정 동안에 계속 변하는 케이블의 장력이 최종 완성계의 구조물에서 설계자가 원하는 부재력 분포를 갖는 구조계를 이룰 수 있도록 케이블의 설치 장력을 구하여야 한다. 이 과정은 몇 단계의 계산을 통하여 이루어진다. 우선 최종 완성계에서 최적의 케이블 장력을 결정하여야 한다. 이는 앞서 4장에 언급한 대로 처짐의 최소화, 부재력의 최소화(특히 보강형 거더의 모멘트의 최소화), 에너지 최소화 방법 등 여러 가지 기법을 이용하여 기준에 적합한 장력의 분포를 계산할 수 있다. 그러나 문제는 이러한 케이블의 장력이 최종 완성계에서 한꺼번에 도입되는 것이 아니라 시공단계 마다 케이블을 설치하면서 하나씩 도입된 장력이 시공 과정을 거쳐서 최종적인 완성계 구조물의 장력에 이른다는 것이다. 기지의 최종 구조계 장력으로부터 시공 중 장력의 변화과전을 계산하여 초기 도입장력을 구하는 과정이 역해석이다. 기지의 최종 완성계와 최종장력으로부터 구조물을 하나씩 가설순서와 역순으로 분해하여 가면서 해석을 하면 케이블의 해체 직전의 장력이 역으로 케이블 설치 장력이 된다. 그림 6.2는 케이블 설치 장력을 구하기 위해 가설순서와 역순으로 구조물을 해체해가면서 구조계산을 수행하는 과정을 도식화하여 보여주고 있다.

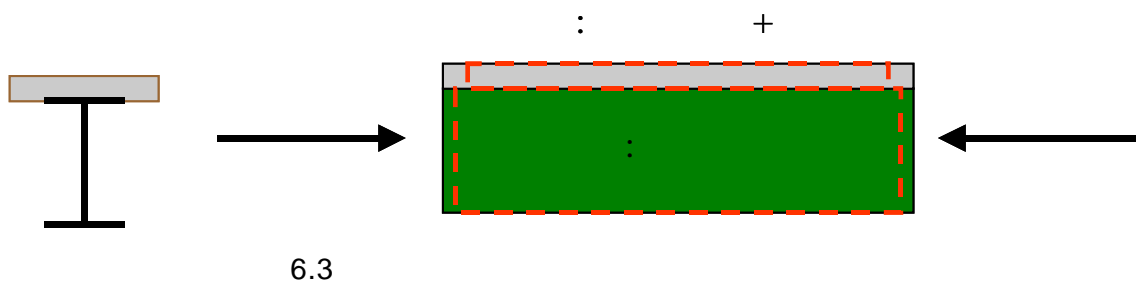


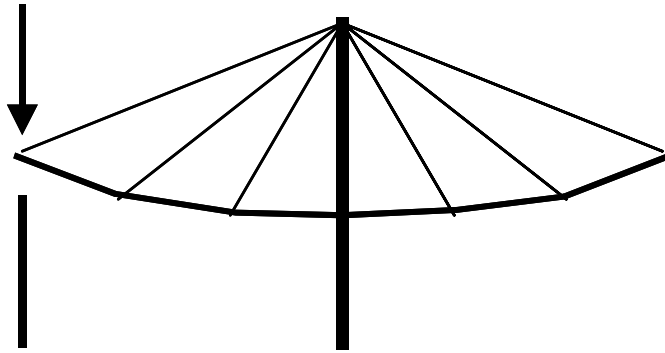
6.2

그러나 구조물에 콘크리트 소재를 사용한다면 콘크리트의 시간의존거동에 의하여 구조계내의 부재력이 시간에 따라 변하게 된다. 크리프변형은 부재응력에 따라 그 크기가 변하기 때문에 초기 긴장력이 정해지지 않은 상태에서는 크리프 변형의 크기를 알 수 없다. 따라서 역해석에 의해 크리프 효과에 의한 장력의 변화를 추적하는 것은 불가능하다. 크리프, 건조수축 등 콘크리트 시간의존거동을 고려하지 않으면 역해석으로 부터 초기도입 긴장력을 구하여 최종 사하중상태에서 원하는 장력과 모멘트 분포를 구현할 수 있다.

## 6. 2 크리프와 건조수축에 의한 추가모멘트

콘크리트의 장기거동은 많은 변수의 영향을 받는 관계로 해석적으로 정확하게 예측하는데 한계가 있다. 불확실한 변수에 대한 해석적 접근이 한계에 달할 경우 기술적인 방법으로 불확실한 변수의 영향을 최소화하는 것이 정확한 계산을 할 수 있는 방법이다. 근대의 합성형 사장교에서는 바닥판 슬래브를 프리캐스트화 하여 최소한 60일 이상 적치시킨다. 그 동안 콘크리트에서 크리프 건조수축 등에 의한 해석상 불확실성이 현저히 감소된다. 이러한 이유로 일부 연구에서는 케이블 힘에 의한 크리프 효과를 주로 보고 케이블과 케이블 사이에 보강형거더의 곡률의 합이 제로가 되면 모멘트를 최소화하여 크리프에 의한 효과를 거의 무시할 수 있다는 전제하에 계산을 한다. 그러나 합성형 사장교의 경우 보강형거더의 축방향력에 의해 바닥판 슬래브에 발생한 축방향 변형이 크리프를 발생시킨다.(그림6.3)





6.4

단면에서 강형거더에는 탄성변형에 의한 축방향변형이 발생하고 콘크리트로 이루어진 바닥판 슬래브는 탄성변형과 함께 크리프변형이 같이 발생한다. 따라서 단면의 상부에 위치한 슬래브에서의 변형이 하부의 강형에 비하여 크기 때문에 보강형거더는 그림 6. 4에서와 같이 아래로 볼록한 변형을 일으키려 할 것이다. 그러나 여러 가지 경계조건이 외적인 구속을 발생시켜 부재력이 발생한다. 따라서 역해석 기법에 의해 초기장력을 추적할 수 없는 문제가 생긴다. 그 동안 해석은 이러한 콘크리트에서의 크리프 등의 효과 때문에 계산에 어려움을 겪었다. 엔지니어의 감각과 시행착오를 반복하며 어렵게 시행되어온 시공단계 해석을 수행하였다. 이러한 과정을 효율적으로 개선하기 위하여 크리프에 의해 발생한 추가모멘트를 상쇄할 수 있는 역방향의 모멘트를 구현하는 추가의 초기장력을 도입하는 방법을 통하여 이를 해결한다.

### 6. 3 크리프에 의한 추가모멘트를 상쇄하기 위한 상쇄모멘트

크리프에 의한 추가적인 영향을 계산하기 위하여 크리프효과를 고려하지 않은 완성 구조계에서 사하중 모멘트{ $M$ }을 구한다. 그리고 똑같은 시스템 즉 동일한 시공단계와 초기장력을 도입하여 시공하는 구조계에 크리프효과를 추가로 고려하여 해석 시 완성된 구조계에서의 사하중 모멘트{ $M_{cr}$ }을 구할수 있다. 이때 시스템에서 크리프효과에 의해 추가적으로 발생하는 크리프모멘트{ $\Delta M_{cr}$ }는 크리프를 고려하지 않은 구조계에서의 모멘트와 크리프를 고려한 구조계에서의 모멘트의 차이로부터 식(6.1)와같이 구할 수 있다.

$$\{\Delta M_{cr}\} = \{M_{cr}\} - \{M\} \quad (6.1)$$

크리프에 의해 추가적으로 발생하는 크리프모멘트를 제거하기 위하여 크리프모멘트와 부호는 반대이고 크기가 같은 상쇄 모멘트 $\{M_{os}\}$ 를 정의한다. 상쇄모멘트는 부호는 반대이고 크기는 크리프모멘트와 같다.

$$\{M_{os}\} = -\{\Delta M_{cr}\} \quad (6.2)$$

모멘트는 장력의 변화에 따라 분포가 바뀌므로 장력의 변화량에 따른 모멘트의 변동량을 정량화할 수 있다. 식(5.3)에서의 장력을 이용한 모멘트의 분포를 조절할 수 있는 식을 이용하여 상쇄모멘트를 발생시키는 추가장력 $\{T_{os}\}$ 을 구할 수 있다.

$$\{T_{os}\} = ([F_{t,m}]^t [W_e] [F_{t,m}])^{-1} [F_{t,m}] [W_e] \{D_{t,m}\} \quad (6.3)$$

여기서 조절할 장력과 모멘트의 크기를 정의한 벡터 $\{D_{t,m}\}$ 는 상쇄모멘트와 조절장력의 설정 범위  $\{T_{bd}\}$ 의 크기를 조합하여 구성한다.

$$\{D_{t,m}\} = \begin{Bmatrix} M_{os} \\ T_{bd} \end{Bmatrix} \quad (6.4)$$

여기서 조절장력의 설정범위 $\{T_{bd}\}$ 는 조절 시 사용할 장력의 계략적인 크기를 정의하여 모멘트 조절을 위하여 비현실적으로 과도한 장력이 작용하는 것을 방지하고 적절한 범위의 장력을 사용하기 위해 조절량 내에 포함시킨다.

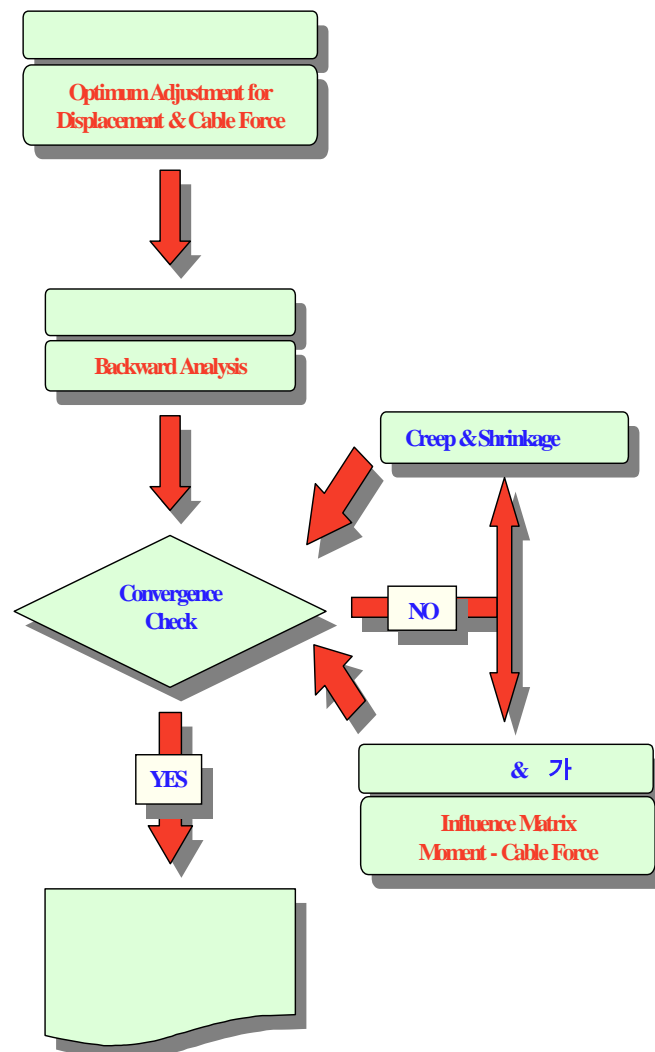
#### 6. 4 해석 알고리즘

우선 완성 구조계의 사하중 상태에서 최적의 부재력을 갖는 구조계를 구성한다. 이는 시공단계별 구조계의 변화, 크리프 효과를 고려하지 않고 완성 구조계에서 가장 효율적인 케이블 장력의 분포를 찾아내는 가장 기본적인 작업이다. 가장 효율적인 케이블 장력의 분포는 관점에 따라 다를 수 있지만 부재력의 최소화를 가장 일반적인 기준으로 삼는다. 이를 실현하기 위해 3장에 언급된 여러 가지 기법들이 사용될 수 있다.

완성계에서 최적의 장력을 시공 완료 후에 구조계에서 구현할 수 있도록 초기장력을 정한다. 우선 해결이 어려운 크리프효과를 고려하지 않고 6.1에서 기술한 역

해석 절차를 이용하여 케이블 설치 시 초기 가설장력을 구한다. 이렇게 구해진 초기장력을 선형초기장력이라 정의한다. 계산된 선형초기장력을 도입하여 시공단계 해석 시 완성계에서 최적의 장력으로 정하여진 값에 도달하게 된다.

크리프를 고려하지 않은 구조계에서의 모멘트와 크리프를 고려한 구조계에서의 모멘트의 차이로부터 식(6.1)의 크리프모멘트를 구한다. 식(5.1)을 이용하여 각 케이블의 장력변화에 대하여 모멘트와 여타 장력의 움직임을 정의하는 영향매트릭스를 구성한다. 이를 이용하여 상쇄모멘트를 유발할 수 있는 추가의 장력{ $T_{os}$ }을 구한다. 이 장력은 초기의 설치 장력이 아니라 특정시공단계에서 크리프모멘트에 대한 상쇄모멘트를 유발할 수 있는 장력으로 초기설치장력과는 차이가 있다.





선형초기장력을  $\{T_{il}\}$ 라 정의하면 크리프를 고려한 초기장력은  $\{T_{ic}\}$ 을 구하기위해 선형초기장력에 상쇄모멘트를 유발하는 추가장력을 합산하여 첫 번째 계산을 시작한다.

$$\{T_{ic}\}_1 = \{T_{il}\} + \{T_{os}\} \quad (6.5)$$

상쇄모멘트 구현시점에서의 선형초기장력을 도입한 구조계와 크리프효과를 고려한 초기장력을 도입한 구조계의 장력의 차이를  $\{\Delta T\}$ 라 하면 이 값이 상쇄장력  $\{T_{os}\}$ 의 크기와 같아야 크리프모멘트를 상쇄시킬 수 있다. 그러나 초기장력에 도입된 추가의 장력은 시공단계를 거치면서 상호영향에 의해서 그 값의 크기가 변하게 된다. 따라서 이 값이 같아질 때까지 반복계산을 수행한다.  $i$ 번째 iteration에서 이 두 값의 차이를 식(6.6)에서와 같이  $\{\delta T\}_i$ 라 정의한다.

$$\{\delta T\}_i = \{T_{os}\} - \{\Delta T\}_i \quad (6.6)$$

$i+1$ 번째의 iteration에서 초기장력은  $i$ 번째의 iteration에서 초기장력에 상쇄모멘트 구현시점에서 추가상쇄장력의 부족분만큼을 합산하여 반복 계산한다.

$$\{T_{ic}\}_{i+1} = \{T_{ic}\}_i + \{\delta T\}_i \quad (6.7)$$

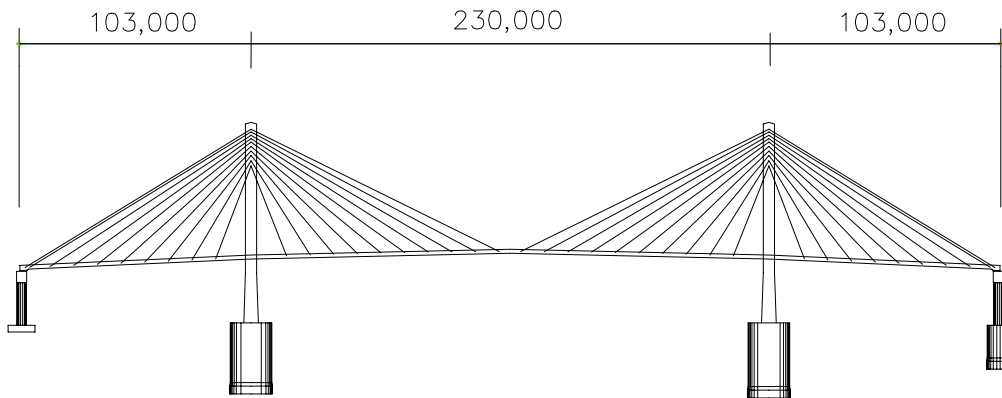
반복계산은 추가상쇄장력의 부족분이 정해진 Tolerance $\{e\}$ 이내에 수렴할 때까지 반복 계산한다.

$$\{\delta T\} \leq \{e\} \quad (6.8)$$

## 7. 해석

### 7.1 해석모형

본 연구의 해석기법은 합성형사장교인 삼천포대교의 교량의 가설에 사용된 시공 단계해석 수행 중, 초기 긴장력 산정을 위해 제안되었다. 제안된 해석기법의 적정성을 검토하기 위하여 실 교량에 대한 계산을 수행하였다. 예제에 사용된 합성형 사장교의 일반적인 사항과 구조제원을 그림 7.1의 일반도와 표 7.1에 나타내었다. 교량은 Balanced Cantilever Method에 의해 가설되며 이때 사용된 단위공정은 표 7.2와 같다.



7.1

7.1

구조형식	합성형 사장교
지간구성	103 + 230 + 103 = 436 m
교폭	16.64 m (3차선)
케이블	0.6~ 7wire strand 22~55 가닥
바닥판 콘크리트의 압축강도	400 kgf/cm <sup>2</sup>
강형의 항복강도	3600 kgf/cm <sup>2</sup>
주탑 콘크리트의 압축강도	350 kgf/cm <sup>2</sup>

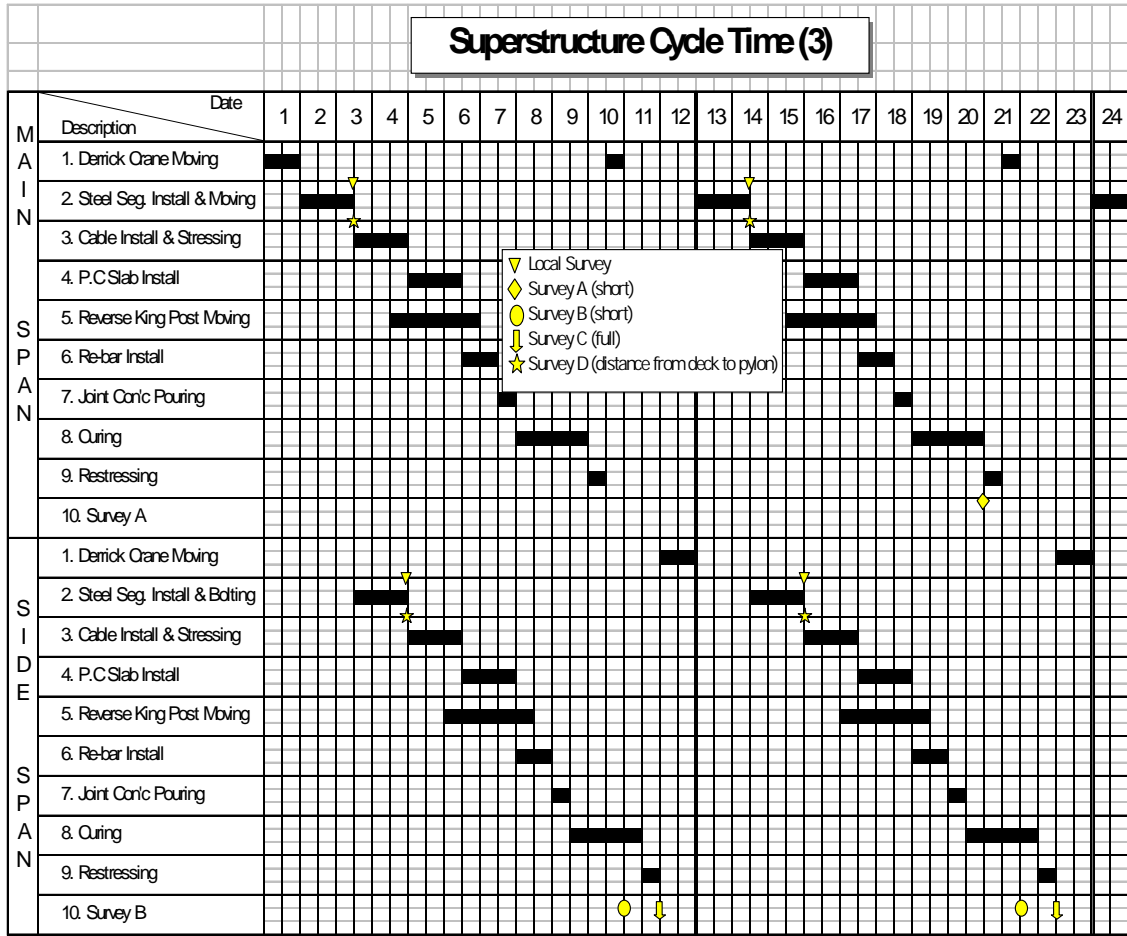
## 7.2 가설계획의 수립

삼천포대교 사장교의 시공단계해석을 수행하기 위한 기본적인 가설계획을 수립하였다. 시공단계해석을 수행하기 위해서는 기본적으로 각종 사하중 및 가설하중의 크기 및 작용위치, 시공 여건을 반영한 상부구조의 Erection Sequence, 상부 가설의 기본 Cycle Time 등의 사항들을 미리 결정하여야 반영하여야 하기 때문에 시공단계해석에 앞서 여러 Construction Program들의 사항들을 결정하였다. 시공단계해석에 앞서 결정되어야 할 자료들을 그림2.1와 같이 Flow Chart를 통하여 정리하였다.

가설을 위한 시공순서의 결정은 단위공정에서 일상적으로 반복되는 Cycle Time Schedule을 정하는 일과 전체 공정을 정하는 일로 구분될 수 있다. 최소의 공기, 최소의 비용과 가설 중 구조물의 안전성을 가장 기본적인 원칙으로 하여 가설 계획이 수립된다.

기본공정을 주탑을 기준으로 측경간과 주경간의 양방향으로 배치한다. 특별한 사정이 없는 한 동일공정이 양방향으로 동시에 일어나지 않도록 한다. 또한 측량, 케이블의 긴장 등과 같이 하중의 변화에 영향을 받을 수 있는 공정과 하중의 변화가 발생하는 공정이 서로 겹쳐서 영향을 주지 않도록 하여야한다. 이러한 기본원칙과 현장의 여러 가지 여건을 고려하여 사장교 상부가설 단위 공정의 Cycle Time을 표 7.2에서와 같이 정하였다.

## 7. 2 가 Cycle Time

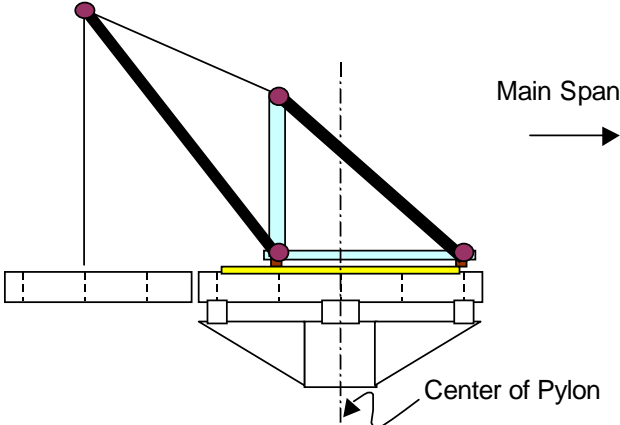


단위공정의 Cycle Time의 결정과 함께 정하여져야 할 사항이 전체 공정이다. 단위공정의 결정으로 전체공정의 많은 부분이 정하여 졌다고 볼 수 있다. 그러나 주두부의 시공, 측경간의 폐합, Key Segment의 폐합 등 일상적인 단위공정을 적용시킬 수 없는 부분 들이 있다. 현장에서 저렴한 비용으로 운영할 수 있는 장비, 현장의 조류, 적출장, 운송조건 등 의 각종 여건을 반영하여 가장 효율적인 안으로 전체공정을 정한다. 그림 7.2는 주두부의 시공계획을 수립한 내용이다. 주두부 및 가설 크레인의 설치 방법, 주두부의 크기와 가설크레인이 차지하는 공간 등을 고려하여 현장여건에 가장 적절한 방법으로 계획을 세운다.

# Erection Procedure for Starter Segment ( Alternative 2 )

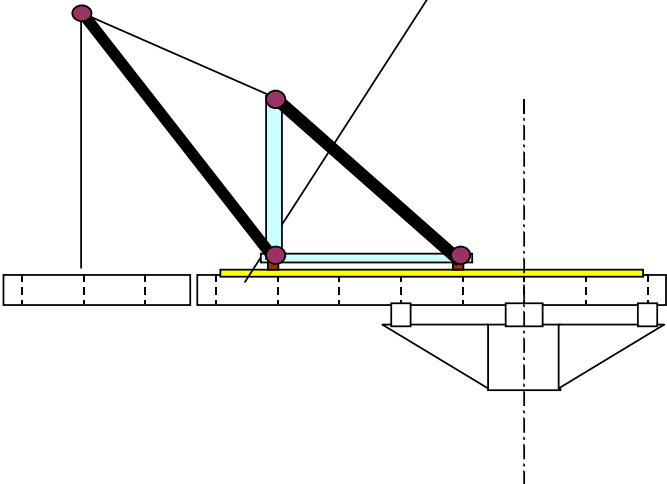
## STEP1

Erect side span seg.



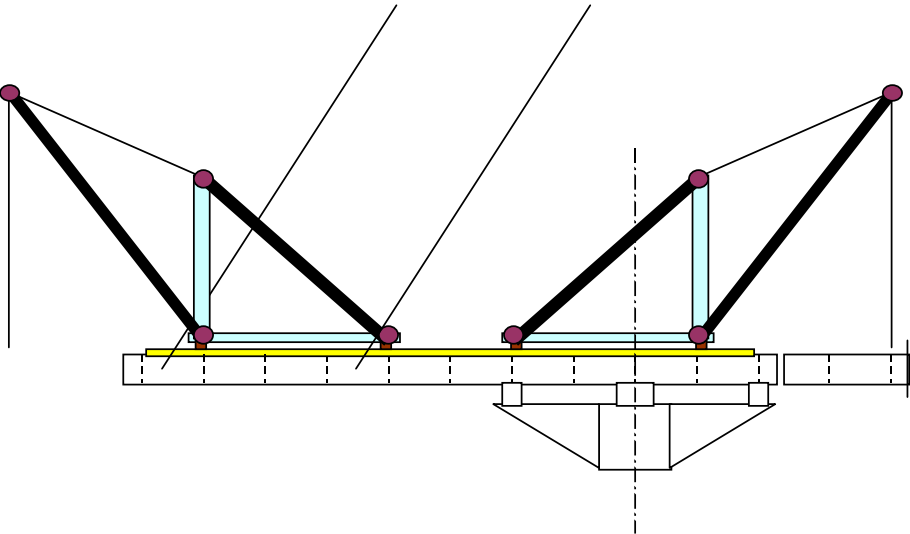
## STEP2

Derrick moving  
Erect side span seg.



## STEP3

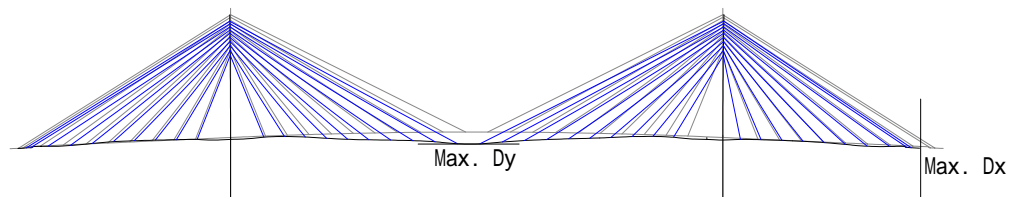
Derrick moving  
Install derrick  
Erect main span seg.



### 7.3 처짐 변위 최소화와 모멘트 최적화

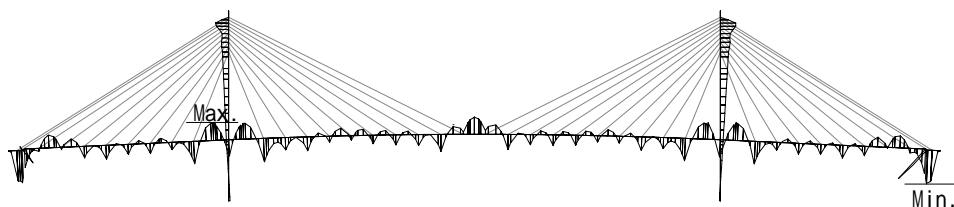
모멘트의 최적화를 목적으로 처짐 변위의 최소화를 수행하였다. 보강형 거더의 경우 각 케이블앵커 작용점의 연직 처짐을 목적값으로 정의하였으며, 주탑의 경우 주탑 단부의 수평 처짐을 조정을 위한 목적값으로 정의하였다. 처짐과 장력의 각기 다른 차원의 가중치 조절을 위해 처짐의 경우 10mm에 대하여 장력 50tonf의 등가의 가중치를 갖도록 하였다. 사실상 장력은 새로 정해지는 것이지 조절하여야 할 오차는 아니지만 서로 간에 가중치 조절을 하지 않을 경우 처짐 조절을 위한 과도한 장력의 변화를 줄 수 있으므로 사하중 장력의 5% 정도의 범위에서 정하였다.

Stage 9 : OPTIMUM AD  
DEFORMED SHAPE ( Unit : ton, m )  
Max Dx = -0.041[Node 234]  
Max Dy = -0.021[Node 122]



7.3

Stage 9 : OPTIMUM AD  
FRAME FORCE (Z-Z Bending) ( Unit : ton, m )  
Max. F = 426.400[Frame 59]  
Min. F = -924.600[Frame 229]



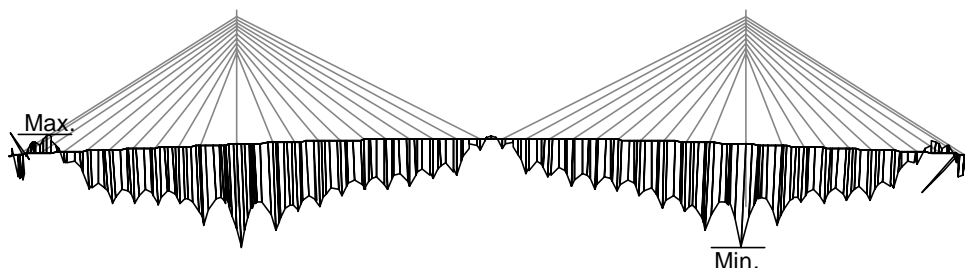
7.4

그림 7.3에서는 처짐 보정 후 형상을 도시하였다. 보강형 거더에서 발생한 최대 처짐이 21mm로 케이블 축력에 의해 발생하는 축방향 최대변위 41mm의 절반 수준으로 보강형의 유연함을 감안하면 처짐에 의한 부재의 부재력 부담은 거의 없을 정도로 최소의 값으로 적절히 조정된 것으로 판단된다. 그림 7.20에 형상을 구현한 결과 그림 7.21에서와 같은 모멘트 분포를 얻을 수 있었다. 최소값  $-924.6 \text{ tonf} \cdot \text{m}$ 는 예시한 사장교 단부에서 선형의 조정을 위해 슬래브 두께 및 단면의 중심을 직선으로 유지하지 못하여 케이블의 수평성분에 의해 불가피하게 발생하는 모멘트로 활하중에 의한 모멘트가 크게 발생하지 않은 부분이기 때문에 모멘트 최소화 관점에서 큰 의미를 부여할 필요가 없는 부분이다. 최대값  $426.4 \text{ tonf} \cdot \text{m}$ 는 케이블 앵커 및 주탑이 구성하는 지점간격에 의해 발생하는 평형모멘트(Equilibrium Moment)를 거의 반분하는 크기이다.

#### 7. 4 크리프모멘트와 상쇄모멘트

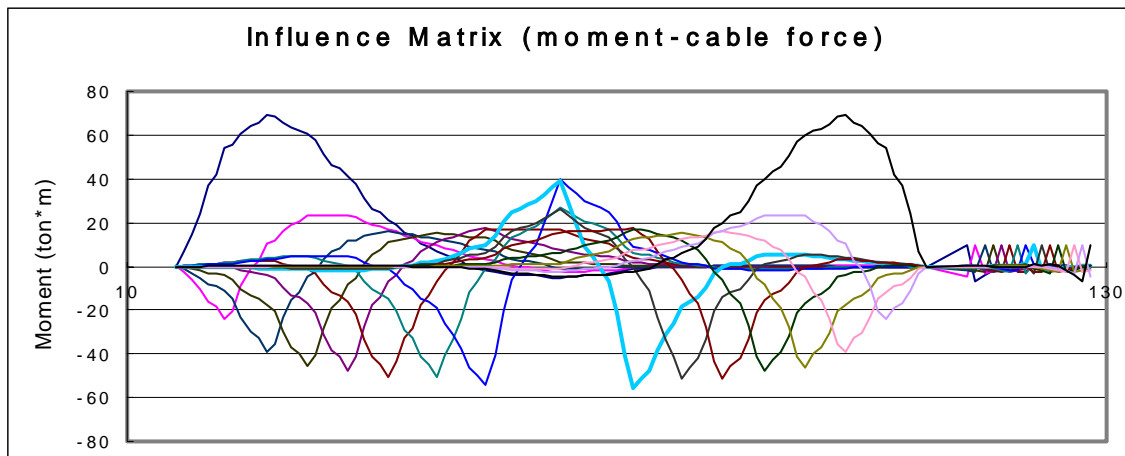
그림 7.4에서와 같이 완성계에서 최적화된 모멘트 분포와 장력을 근거로 역해석을 수행하였다. 크리프 건조수축 등이 발생하지 않는 구조계를 가정하여 초기긴장력을 구한다. 크리프 건조수축 등이 고려되지 않은 선형초기긴장력은 완성계의 모멘트를 최소화시켜 그림 7.4의 구조계에서와 동일한 모멘트와 장력을 구현해낼 수 있다. 이 구조계에 콘크리트 시간의존 거동효과를 고려하면 그림 7.5와 같은 모멘트가 발생한다. 크리프 건조수축 등에 의해 발생하는 추가의 모멘트는 그림 7.5의 모멘트와 그림 7.4의 모멘트의 차로부터 구해질 수 있다.

Stage 299 : TIME - DEPEN  
 FRAME FORCE (Z-Z Bending) ( Unit : ton, m )  
 Max. F = 583.425[Frame 9]  
 Min. F = -2293.460[Frame 179]

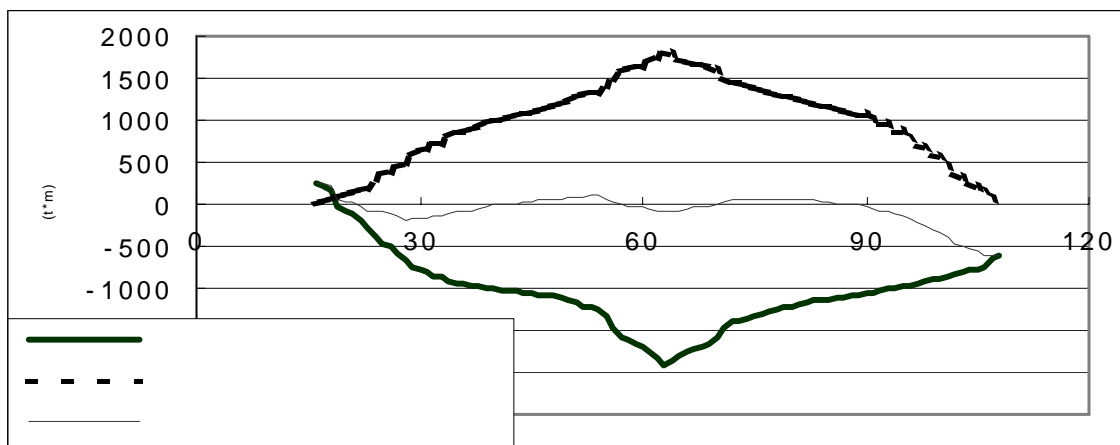


7.5

크리프 등에 의한 추가의 모멘트를 상쇄시키는 추가장력을 구하기 위해 식(5.1)의 영향매트릭스, 즉 단위장력변화에 따른 모멘트 변화를 산출하였으며, 이를 그림 7.6에 나타내었다. 식(6.3)을 이용하여 크리프모멘트와 부호가 다르고 같은 크기의 값을 갖는 상쇄모멘트와 이를 발생시키는 추가의 장력을 계산하였다. 켄틸레버 상태로 시공 중에는 다소간의 추가장력으로 모멘트의 구현이 가능하나 교량이 폐합되어 완성된 이후는 구조물의 구속이 많아져서 현실적인 값의 장력으로 모멘트의 구현이 불가 하였다. 따라서 폐합직전의 구조물에서 상쇄모멘트를 구현한다. 그림 7.6은 폐합직전 구조물에서의 영향매트릭스 이다. 크리프 등에 의해 발생한 추가의 모멘트에 상쇄모멘트를 구하여 합산할 경우 그림 7.7에서와 같이 모멘트를 감소시킬 수 있다. 최종적으로 크리프효과까지 고려된 초기장력을 통하여 구현된 모멘트의 분포는 그림 7.8와 같다.



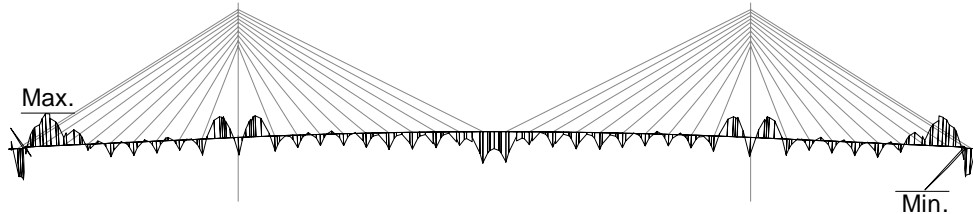
7.6



7.7



Stage 299 : TIME - DEPEN  
FRAME FORCE (Z-Z Bending) ( Unit : ton, m )  
Max. F = 733.500[Frame 18]  
Min. F = -1316.000[Frame 229]



7.8

## 참고문헌

1. 김제춘, 장승필(2001), 사장교의 최적 프리스트레스량 결정법, **대한토목학회논문집**, 제21권 제5-A호, 2001년 9월, pp. 603 ~ 609.
2. 대림산업(주) 창선-삼천포교량 기술지원팀(2000), **삼천포대교 시공단계해석 보고서**.
3. CHANG, S. P. and CHO, S. K. (1999) "Geometry Control for Composite Cable-Stayed Bridges", *KSCE Journal of Civil Engineering*, Vol.3, No.2, pp.113~120.
4. Furukawa, K., Sugimoto, H., Egusa, T., Inoue, K. and Yamada, Y. (1987) "Studies on Optimization of Cable Prestressing for Cable-Stayed Bridges". *Proceedings of International Conference on Cable-Stayed Bridges*, Bangkok, Thailand, pp.723-734.
5. Gimsing, Niels J. (1997) *Cable Supported Bridges*. Second Edition, John Wiley & Sons, pp. 296~304.
6. Kim, J.C. (1993). "The Nonlinear Analysis of Cable Stayed Bridges Which has Composite Section Considering Construction Steps," *M.S. Thesis*, Seoul National University.
7. Kim, W.J., (1989) "A Study on the Static and Dynamic Spatial Behavior of Prestressed Concrete Bridges considering Construction Stages," *Ph.D. Thesis*, Seoul National University.

8. Lin Yuanpei and Zhang Zenghuan (1994) "An Approach to and Counter-Measures against Cracks on Composite Girder Cable-Stayed Bridges" *International Symposium on Cable-Stayed Bridges*, Shanghai China, 10-13 May, pp.332-342.
9. Peter Taylor (1994) "Composite Concrete Cable-Stayed Bridges" *International Conference A.I.P.C.-F.I.P.* Deauville 12-15 October, pp.185-198.
10. Tanaka, H., Kamei, M., Kaneyoshi, M. (1987) "Cable Tension Adjustment by Structural System Identification," *Proceedings of International Conference on Cable Stayed Bridges*, Bangkok Thailand, 18-20 November , pp.856 - 868.
11. Tang, Man-Chung (1972) "Design of Cable-Stayed Girder Bridges", *Proceedings of the ASCE, Journal of the Structural Division*. Vol.98, No. ST8, pp. 1789~1802.